



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

45. Mathematik-Olympiade

3. Stufe (Landesrunde)

Klasse 8

Aufgaben

1. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

450831

Axel, Bruno, Dieter und Ernst sind die vier Teilnehmer der Endrunde eines Schachturniers. Es hat jeder gegen jeden zweimal zu spielen – ein Spiel und ein Rückspiel. Für eine gewonnene Partie wird 1 Punkt, für eine unentschiedene $\frac{1}{2}$ Punkt, für eine verlorene kein Punkt vergeben. Nach Abschluss des Turniers stellte sich heraus:

- (1) Bruno und Dieter erzielten zusammen einen Punkt mehr als Axel und Ernst zusammen erreichten.
- (2) Dieter und Ernst erkämpften zusammen 7 Punkte.
- (3) Axel und Dieter erreichten zusammen 5 Punkte weniger als Bruno und Ernst zusammen.

Wie viele Punkte errang nach diesen Angaben jeder der vier Teilnehmer?

Zeige durch eine Probe, dass deine Ergebnisse die Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllen!

450832

Von einem geordneten Tripel $(x; y; z)$ ganzer Zahlen wird gefordert:

- (1) Die Summe der drei Zahlen dieses Tripels beträgt 6.
- (2) Der Quotient aus dem Produkt der beiden ersten Zahlen und der dritten Zahl beträgt 6.
- (3) Die Differenz aus dem Quadrat der ersten Zahl und der Summe aus den beiden anderen Zahlen beträgt ebenfalls 6.

Ermittle alle Tripel, die diese drei Forderungen gleichzeitig erfüllen!

450833

Drei kongruente Kreise mit den Mittelpunkten M_1, M_2, M_3 und dem Radius r verlaufen durch einen gemeinsamen Punkt D . Diese Kreise schneiden einander außerdem in weiteren Punkten, die mit A, B und C bezeichnet werden.

- a) Beweise, dass man einen Punkt S konstruieren kann, der von diesen drei Schnittpunkten den gleichen Abstand besitzt!
- b) Vergleiche den Radius des Kreises mit dem Mittelpunkt S , auf dem A, B und C liegen, mit dem Radius r !