



**45. Mathematik-Olympiade**  
**3. Stufe (Landesrunde)**  
**Klasse 8**  
**Aufgaben**  
**2. Tag**

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

450834

Es ist zu untersuchen, ob man die Kanten eines Würfels so mit den Zahlen  $4, 5, 6, \dots, 13, 14$  und  $15$  durchnummerieren kann, dass für jeden Eckpunkt des Würfels die Summe aus den Zahlen, die zu den drei in diesem Eckpunkt zusammenstoßenden Kanten gehören, stets die gleiche ist.

450835

Zwei Punkte  $P$  und  $Q$  bewegen sich entgegen dem Uhrzeigersinn auf einem Dreieck  $ABC$ , dessen Umfang  $154$  cm beträgt. Beide starten zum gleichen Zeitpunkt und zwar  $P$  in  $A$  und  $Q$  in  $B$ . Der Punkt  $Q$  bewegt sich von  $B$  aus mit einer konstanten Geschwindigkeit  $v$ . Wenn  $P$  die Geschwindigkeit  $2,25v$  hat, so holt er  $Q$  nach  $15$  Sekunden in  $C$  ein. Hat  $P$  aber nur die Geschwindigkeit  $1,75v$ , so holt er  $Q$  nach  $25$  Sekunden in  $A$  ein.

Berechne aus diesen Angaben die Längen  $a, b$  und  $c$  der Seiten des Dreiecks  $ABC$  und die beiden Geschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$  von  $P$ !

450836

Über sechs Punkte  $A, B, C, D, E$  und  $M$  wird vorausgesetzt:

- (1)  $A, B, C$  bilden ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel in  $C$ .
- (2)  $M$  ist der Mittelpunkt der Seite  $\overline{AB}$ .
- (3)  $D$  liegt auf der Seite  $\overline{AC}$  und  $\overline{DC}$  ist kürzer als  $\overline{AD}$ .
- (4)  $E$  ist der Schnittpunkt der Geraden  $BC$  und  $MD$ .
- (5) Die Strecken  $\overline{ED}$  und  $\overline{AB}$  sind gleich lang.

Die Größe des Winkels  $CBA$  ist mit  $\beta$ , die des Winkels  $CED$  mit  $\varepsilon$  bezeichnet (siehe Abbildung A 450836).

- a) Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen  $\beta = 3\varepsilon$  folgt!
- b) Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt: Der Winkel  $CMA$  ist dreimal so groß wie der Winkel  $CME$ .

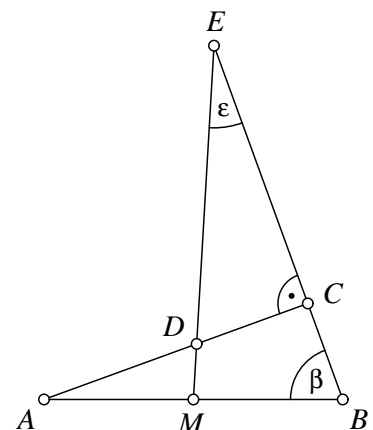


Abbildung A 450836