



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

45. Mathematik-Olympiade

3. Stufe (Landesrunde)

Klasse 12/13

Aufgaben

1. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

451331

Man ermittle alle Paare $(x; y)$ reeller Zahlen x und y , die das Gleichungssystem

$$x^4 + y^4 = 82 \tag{1}$$

$$x + y = 2 \tag{2}$$

erfüllen.

451332

Man untersuche jeweils, ob es keine, endlich viele oder unendlich viele Quadratzahlen gibt, für die die Summe der Ziffern in ihrer Dezimaldarstellung

- gleich 2006,
- gleich 451332 ist.
- Man löse Teilaufgabe b) unter der zusätzlichen Voraussetzung, dass die letzte Ziffer der Zahl keine Null sein darf.

451333

In einem Tetraeder $QRST$ seien A der Mittelpunkt der Kante \overline{QR} , B der Mittelpunkt der Kante \overline{ST} , C der Mittelpunkt der Kante \overline{QS} , D der Mittelpunkt der Kante \overline{RT} , E der Mittelpunkt der Kante \overline{QT} und F der Mittelpunkt der Kante \overline{RS} . Man zeige, dass es einen Punkt gibt, in dem sich die drei Strecken \overline{AB} , \overline{CD} und \overline{EF} schneiden.

Hinweis: Ein Tetraeder ist ein Körper, der von genau vier Dreiecken begrenzt wird.