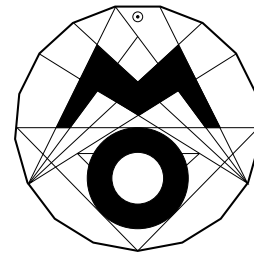


45. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 10
Aufgaben – 1. Tag



© 2006 Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

451041

Wie viele ganze Zahlen n mit $\frac{2^{2005}}{45} < n \leq 2^{2005}$ gibt es, welche sich in der Form $2^a \cdot 45^b$ mit ganzen Zahlen a, b darstellen lassen?

451042

Man finde alle Paare $(p; q)$ von Primzahlen, für die es ganze Zahlen x und y gibt, so dass

$$p = x^2 - y$$
$$q = y^2 + 3x - 7$$

gilt.

451043

Sei k ein Kreis, \overline{AB} ein Durchmesser des Kreises und zu jedem Punkt C sei D_C der Fußpunkt des Lotes von C auf AB und E_C der Fußpunkt des Lotes von D_C auf AC . Sei X der geometrische Ort aller Punkte E_C , wenn C alle Punkte der Kreislinie k durchläuft. Man beweise, dass X tatsächlich wie im Bild zu sehen außer AB keine Symmetrieachsen besitzt.

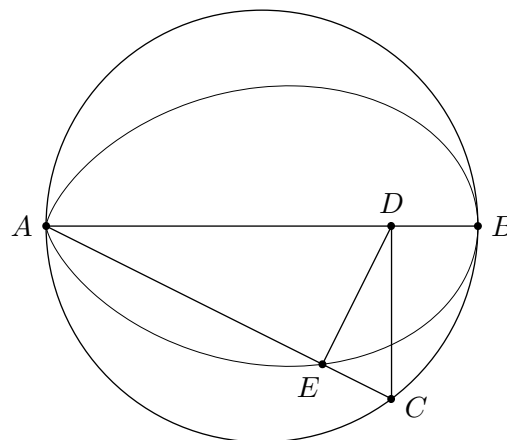


Abbildung A 451043