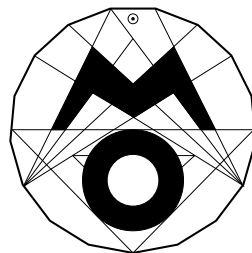


45. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 11–13
Aufgaben – 1. Tag



© 2006 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

451341

Man ermittle alle positiven ganzen Zahlen n , für die

$$z_n = \underbrace{101\dots101}_{2n+1 \text{ Ziffern}}$$

Primzahl ist.

451342

Fünf Punkte liegen auf der Oberfläche einer Kugel vom Radius 1. Mit a_{\min} werde der kleinste Abstand (geradlinig im Raum gemessen) zweier dieser Punkte bezeichnet. Was ist bei allen möglichen Anordnungen der Punkte auf der Kugeloberfläche der größtmögliche Wert, den a_{\min} annehmen kann?

451343

Man untersuche, für welche positiven ganzen Zahlen n es möglich ist, die Punkte $1, 2, 3, \dots, 2n$ der Zahlengeraden so mit n Farben zu färben, dass jede Farbe genau zweimal vorkommt und jede positive ganze Zahl von 1 bis n genau einmal als Abstand gleichfarbiger Punkte auftritt.