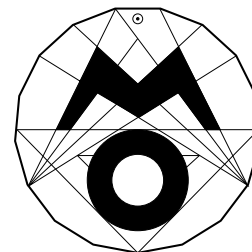


46. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulstufe)
Klasse 11–13
Aufgaben



© 2006 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

461311

Man ermittle alle positiven ganzen Zahlen n , für die $6n^2 + 5n - 4$ eine Primzahl ist.

461312

Malermmeister Klecksel hat seinen Pinsel genau auf der halben Höhe der Leiter während der Frühstückspause abgelegt. Die Leiter steht in einer Ecke (siehe Abbildung). Klecksel's Helfer Tölpel verursacht wie so oft ein Durcheinander. Er stolpert über die Leiter, so dass diese mit dem oberen Ende an der Seitenwand entlang und mit dem unteren Ende auf dem Fußboden abrutscht. Der Pinsel hinterlässt an der Rückwand eine Spur. Welche Form hat diese Spur?

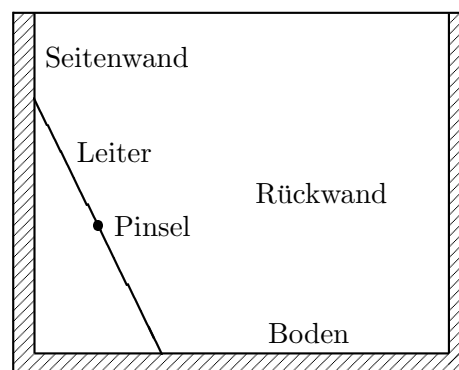


Abbildung A 461312

461313

Eine Parabel p mit der Gleichung $y = ax^2 + bx + c$, $a > 0$, berühre die beiden Parabeln p_1 und p_2 mit den Gleichungen $y = -x^2 + b_1x + c_1$ bzw. $y = -x^2 + b_2x + c_2$ in den Punkten A bzw. B . Man beweise, dass die gemeinsame Tangente der Parabeln p_1 und p_2 parallel zur Geraden AB ist.

461314

Die 50. Internationale Mathematik-Olympiade wird im Jahr 2009 in Deutschland stattfinden. Die Abbildung zeigt den Entwurf eines Logos mit fünf Ringen. Die Zahlen von 1 bis 15 sollen nun so in die entstehenden 15 Gebiete eingetragen werden, dass in jedem Gebiet genau eine Zahl steht und die Summe der Zahlen in jedem der fünf Ringe 38 beträgt.

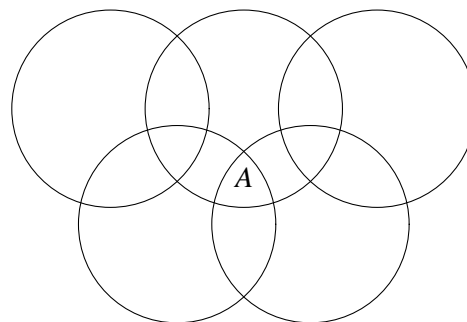


Abbildung A 461314

- a) Man zeige, dass man die Zahlen der Aufgabenstellung entsprechend eintragen kann.
- b) Man zeige, dass bei jeder derartigen Belegung im Gebiet A die Zahl 1 stehen muss.