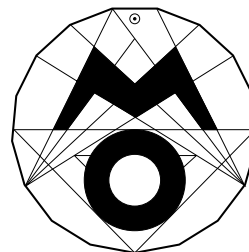


**46. Mathematik-Olympiade**  
**2. Stufe (Regionalrunde)**  
**Klasse 9**  
**Aufgaben**



© 2006 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

460921

Die Läuferinnen Karla, Lili und Momo sind bekannt dafür, dass sie als Schlussläuferinnen ihrer ( $3 \times 1000$  m)-Staffeln mit der Gleichmäßigkeit eines Uhrwerks ihre Runden drehen. Beim letzten Staffelfrennen gewann Momo auf jeweils 50 m ihrer Laufstrecke 5 m gegen Lili und hatte im Ziel 20 m Vorsprung vor dieser. Karla holte auf jeweils 200 m ihrer Laufstrecke 15 m zu Lili auf, doch rettete diese einen knappen Vorsprung von 1 m vor Karla ins Ziel.

Welche Läuferin ging als letzte auf ihre 1000-m-Strecke und wie groß waren zu diesem Zeitpunkt ihre Rückstände auf die beiden Konkurrentinnen?

460922

Es seien 400 Präzisionskugeln so auf vier Schalen  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  verteilt, dass gilt:

- In jeder Schale sind genau 100 Kugeln.
- In einer Schale sind 100 Kugeln à 99 g.
- In einer Schale sind 100 Kugeln à 99,5 g.
- In einer Schale sind 100 Kugeln à 100 g.
- In einer Schale sind 100 Kugeln à 100,5 g.

Jede Kugel hat eine Gewichtstoleranz von maximal 5 mg. Zur Verfügung stehe eine Waage, welche die aufgelegte Masse mit einer maximalen Abweichung von 0,2 g anzeigt. Finden Sie die kleinste Anzahl von Wägungen, die genügt um festzustellen, welche Kugeln in welcher Schale sind.

460923

Zeigen Sie: Berühren sich je zwei von drei Kreisen von außen, so bilden die Berührungspunkte ein spitzwinkliges Dreieck.

460924

Bestimmen Sie alle Folgen  $F = (n_0, n_1, \dots, n_7)$  von acht ganzen Zahlen mit folgender Eigenschaft: Für  $i = 0, \dots, 7$  gibt die Zahl  $n_i$  die Häufigkeit des Vorkommens der Zahl  $i$  in der Folge  $(n_0, n_1, \dots, n_7)$  an (so gibt beispielsweise  $n_3$  an, wie viele der Zahlen aus der Folge  $(n_0, n_1, \dots, n_7)$  gleich 3 sind).