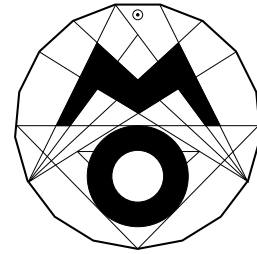


46. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 10
Aufgaben – 2. Tag



© 2007 Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

461034

Es seien p und q zwei Primzahlen mit $2 < p < q$, zwischen denen keine weitere Primzahl liegt. Zeigen Sie, dass sich $p + q$ in ein Produkt von mindestens drei echten Faktoren zerlegen lässt.

Beispiele: $3 + 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, $7 + 11 = 2 \cdot 3 \cdot 3$.

Hinweis: Als *echten* Faktor einer natürlichen Zahl N bezeichnet man einen Teiler d von N mit $1 < d < N$.

461035

Auf einem Zettel sind zwei verschiedene reelle Zahlen notiert.

Zeigen Sie, dass es reelle Zahlen x und y gibt, so dass eine der beiden notierten Zahlen gleich $x + y$ und die andere gleich $xy + 1$ ist.

461036

Alle Seitenflächen eines konvexen Polyeders seien Dreiecke. Zeigen Sie, dass man die Kanten jedes solchen Polyeders derart rot und blau färben kann (und zwar jede Kante des Polyeders in genau einer der beiden Farben, wobei die Eckpunkte als neutral gelten), dass je zwei Ecken des Polyeders sowohl durch einen rein roten als auch durch einen rein blauen Kantenzug verbunden sind.