47. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulstufe)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

470711

Christians Vater war vor 4 Jahren viermal so alt, wie Christian damals war. In 12 Jahren wird der Vater doppelt so alt sein, wie Christian dann sein wird.

Wie alt sind Vater und Sohn heute?

470712

a) Die Abbildung A 470712 a zeigt eine Figur, die aus 12 deckungsgleichen Quadraten besteht, von denen vier grau gefärbt sind. Zerlege diese Figur entlang der Quadratseiten so in deckungsgleiche Teilfiguren, dass jede dieser Figuren genau ein graues Quadrat enthält.

   Hinweis: Als Lösung genügt eine Zeichnung. Eine Begründung wird in dieser Teilaufgabe nicht verlangt.

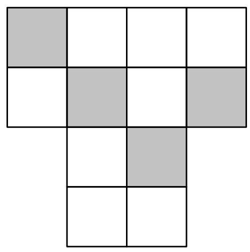

Abbildung A 470712 a

b) Die Abbildung A 470712 b zeigt ein Quadrat mit der Seitenlänge a. Von diesem Quadrat werden zwei Dreiecke abgeschnitten und zwei rechtwinklige Dreiecke herausgeschnitten. Diese Dreiecke sind in der Abbildung grau gefärbt. Die jeweils kürzere Kathete dieser Dreiecke habe die Länge $\frac{3}{8}a$.
   Ermittle den Inhalt der nicht grau gefärbten Restfläche in Abhängigkeit von a.

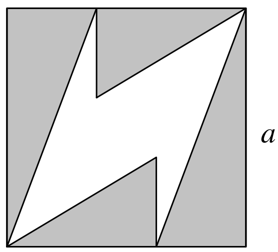

Abbildung A 470712 b

Hinweis: Im rechtwinkligen Dreieck heißen die beiden Seiten, die den rechten Winkel einschließen, Katheten. Die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, heißt Hypotenuse.

470713

Aus vielen gleichen Holzwürfeln wird ein größerer Würfel zusammengesetzt. Mindestens eine Seitenfläche des großen Würfels wird gefärbt. Nachdem der große Würfel wieder zerlegt worden ist, zählt man genau 1000 unbemalte kleinere Würfel.

Wie viele Seitenflächen des großen Würfels können gefärbt worden sein?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

470714

Für ein Münzenstapelspiel mit drei Stapeln von Münzen gelten die folgenden Regeln: Zwei Spieler nehmen abwechselnd von einem dieser Stapel eine, mehrere oder alle Münzen. Wer die letzte von allen Münzen nimmt, hat gewonnen.

Eine Spielstellung wird durch ein Zahlentripel $(x; y; z)$ beschrieben, wobei x, y und z die Anzahl der Münzen auf den drei Stapeln bezeichnen.

Die Spielstrategie besteht darin, den Gegenspieler in eine Verluststellung zu bringen, von der ausgehend dieser auch bei optimalem Spiel nicht gewinnen kann. Wir beziehen uns in allen folgenden Teilaufgaben auf den am Zug befindlichen Spieler.

a) Untersuche, ob $(0; 6; 6)$ für den am Zug befindlichen Spieler eine Verluststellung oder eine Gewinnstellung ist (von einer *Gewinnstellung* aus gewinnt der Spieler bei optimalem Spiel).

b) Untersuche, für welche natürlichen Zahlen n die Stellung $(0; n; n)$ eine Verluststellung ist.

c) Gib eine Verluststellung und eine Gewinnstellung an, bei denen auf einem Stapel genau eine Münze und auf den beiden anderen Stapeln mehr als eine Münze liegen. Begründe beide Angaben.