47. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 5
Aufgaben

© 2007 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
`www.mathematik-olympiaden.de`. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

470521

Jens geht mit seinen Freunden oft an den Pizzastand in der Nähe der Schule.

(1) Für eine Cola und drei Pizzastücke bezahlen sie 4,80 €.
(2) Wenn sie zwei Cola und zwei Pizzastücke kaufen, müssen sie 4,00 € bezahlen.
(3) Und wenn sie drei Cola und ein Pizzastück kaufen, kostet es 3,20 €.

Wie viel kostet eine Cola? Wie viel kostet ein Pizzastück? Überprüfe deine Lösungen!

470522

Der Sportlehrer soll für ein Turnier im Badminton (Federball) eine Mannschaft aus zwei Mädchen und zwei Jungen aufstellen. In seiner Trainingsgruppe sind aber drei Mädchen und drei Jungen. Die Kinder heißen Anne, Bea, Claudia, Daniel, Erik und Falk.

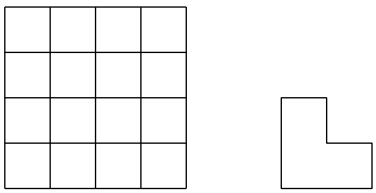
a) Wie viele verschiedene Mannschaften kann er aufstellen?
b) Als er mit der Trainingsgruppe über die Aufstellung spricht, bekommt er folgende Einwände:
   (1) Daniel sagt: „Ich spiele nur mit, wenn Bea auch mitspielt.“
   (2) Bea möchte nicht mit Erik in der Mannschaft sein.
   (3) Erik: „Ich spiele nicht mit, wenn Claudia oder Falk dabei sind.“

   Der Sportlehrer stöhnt. Findest du eine Mannschaftsaufstellung, die alle Wünsche der Kinder berücksichtigt?
c) Ermittle alle Mannschaftsaufstellungen, bei denen alle Wünsche der Kinder erfüllt sind.

470523

Ein (4×4)-Quadrat soll mit Winkelflächen aus drei Einheitsquadraten ausgelegt werden (siehe nebenstehende Abbildung A 470523). Beim Auslegen kann man die Winkelflächen natürlich drehen.

a) Warum muss bei jeder solchen Auslegung in dem (4×4)-Quadrat ein Einheitsquadrat frei bleiben?



(4×4)-Quadrat Winkelfläche
Abbildung A 470523

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

b) Zeige, wie man das (4×4)-Quadrat (bis auf das eine frei bleibende Einheitsquadrat) mit den Winkelflächen auslegen kann. Als Lösung genügt eine Zeichnung mit den Winkelflächen und dem frei bleibenden leeren Feld.

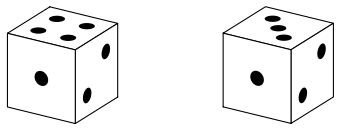
c) Zeige, dass man ein (5×5)-Quadrat ebenfalls mit den Winkelflächen auslegen kann, wenn man das mittlere Einheitsquadrat frei lässt.

d) Gib eine andere Auslegung des (5×5)-Quadrats mit den Winkelflächen an, bei dem ein anderes Einheitsquadrat als das mittlere frei gelassen ist.

e) Gib die Größe eines Quadrats an, das sich vollständig mit diesen Winkelflächen auslegen lässt. (Du musst dabei zeigen, dass dein Quadrat sich wirklich vollständig auslegen lässt!)

470524

Die üblichen Spielwürfel sind nach der Siebener-Regel beschriftet: Die Summe der Augen auf gegenüberliegenden Seiten ist 7. Von diesen Würfeln gibt es zwei Sorten: den Rechts-Würfel und den Links-Würfel, siehe Abbildung A 470524 a.

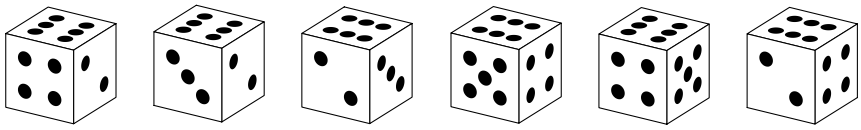


Links-Würfel Rechts-Würfel

Abbildung A 470524 a

a) Welche Augenzahlen haben die beiden Würfel in Abbildung A 470524 a auf der unteren Fläche, auf der Fläche links hinten und auf der Fläche rechts hinten?

b) Welche der Würfel in Abbildung A 470524 b sind Rechts-Würfel?



1) 2) 3) 4) 5) 6)

Abbildung A 470524 b

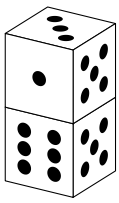
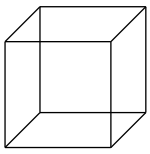


Abbildung A 470524 c

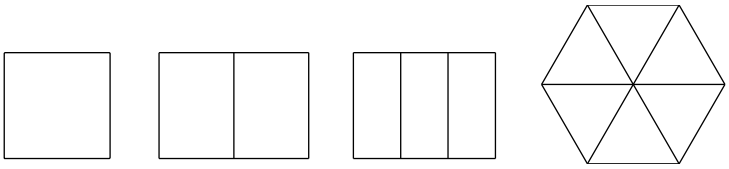
c) Zwei Würfel stehen so übereinander wie in Abbildung A 470524 c. Wie groß ist die Augensumme der aufeinanderliegenden Flächen, wenn es zwei Links-Würfel sind?

d) Zwei Würfel stehen so übereinander wie in Abbildung A 470524 c. Wie groß ist die Augensumme der aufeinanderliegenden Flächen, wenn der untere ein Rechts-Würfel ist?



Drahtwürfel

Abbildung A 470524 d



1) 2) 3) 4)

Abbildung A 470524 e

e) Nun haben wir einen Würfel aus Draht gebastelt (siehe Abbildung A 470524 d) und schauen ihn aus verschiedenen Richtungen an. Dabei sieht man die Bilder in Abbildung A 470524 e. Beschreibe, wie man auf den Drahtwürfel blicken muss, so dass sich die gezeigten Bilder ergeben.
Zeichne die Kanten, die man bei einem Holzwürfel nicht sehen würde, gestrichelt und die, die man sehen würde, durchgehend.