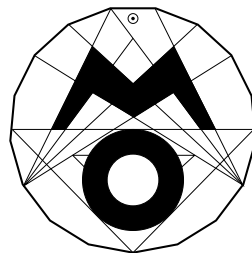


47. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 9
Aufgaben – 2. Tag



© 2008 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

470944

In einem Wandergebiet liegen drei Rastplätze A , B und C . Ein Weg zwischen zweien dieser Rastplätze gilt als günstig, wenn er sie direkt verbindet oder auf zwei Direktverbindungen über den dritten führt.

Auf diese beiden Arten zusammen gibt es 10 günstige Wege von A nach B , 14 von B nach C und weniger als 12 von C zurück nach A . Wie viele Direktverbindungen von zweien der drei Rastplätze kann es insgesamt im Wegenetz zwischen A , B und C geben?

470945

Gegeben ist ein spitzwinkliges Dreieck ABC mit Umkreismittelpunkt O . Die Umkreismittelpunkte der Dreiecke AOC und BCO werden mit Q bzw. R bezeichnet.

Zeigen Sie, dass sich die Umkreise der Dreiecke ABO und QOR berühren.

470946

Man bestimme den größten gemeinsamen Teiler aller Zahlen der Form $a^3 b - a b^3$, wobei a und b ganze Zahlen sind derart, dass $a^2 + b^2$ eine Quadratzahl ist.