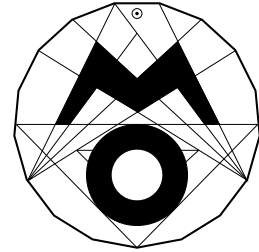


48. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulstufe)
Klasse 8
Aufgaben



© 2008 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

480811

Die folgende Aufgabe stammt aus dem Buch „Buch über die Grundlagen der Arithmetik und der Erbteilung“, welches in den Jahren 1030 bis 1060 in Damaskus geschrieben wurde.

„Ein Mann stirbt und hinterlässt einen Sohn und fünf Töchter. In seinem Testament hat er bestimmt, dass jede seiner Töchter von seinem Geld einen halb so großen Teil erben soll wie der Sohn. Außerdem soll noch ein Fremder ein Drittel des gesamten Vermögens erben, jedoch vermindert um den Anteil, den der Sohn bekäme, wenn der Fremde nichts erben würde.“

Welchen Anteil des Vermögens erbt der Fremde, welchen Anteil der Sohn und welchen Anteil jede der Töchter?

Weise nach, dass deine Ergebnisse die Angaben im Aufgabentext erfüllen.

480812

Ein Flugzeug hat vor dem Start ein Gesamtgewicht von 100 Tonnen. Davon entfallen auf Passagiere und Gepäck zusammen ein Siebentel und es entfällt ein Drittel auf den Treibstoff, der für einen Nonstop-Flug von 3500 Kilometern ausreichend ist. Nach der Landung beträgt der Anteil von Passagieren und Gepäck am Gesamtgewicht zusammen ein Fünftel.

Wie lang war die Flugstrecke?

480813

Über ein Dreieck ABC und über die Punkte D , E und F wird vorausgesetzt:

- (1) Der Punkt D liegt auf der Seite \overline{BC} und \overline{AD} ist eine Winkelhalbierende des Dreiecks ABC .
- (2) Der Punkt E liegt auf der Verlängerung der Seite \overline{AB} über B hinaus und die Strecken \overline{BD} und \overline{BE} sind gleich lang.
- (3) Der Punkt F liegt auf der Seite \overline{AC} und die Strecken \overline{CD} und \overline{CF} sind gleich lang.

Beweise: Aus diesen Voraussetzungen folgt, dass die Dreiecke AED und ADF in den Größen ihrer Innenwinkel übereinstimmen.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

Ein Quadrat soll in n Teilquadrate zerlegt werden.

Die Abbildungen zeigen drei Zerlegungen eines Quadrates in 10 Teilquadrate. Bei diesen Zerlegungen treten verschieden große Teilquadrate auf. Daher kann man die Anzahl 10 jeweils als Summe von Zahlen darstellen, die die Anzahlen der verschieden großen Teilquadrate angeben. Beginnt man dabei mit der Anzahl der kleinsten Teilquadrate, dann erhält man die unter den Abbildungen angegebenen Summen.

Bei den ersten beiden Zerlegungen sind die auf diese Weise geordneten Summanden 8 und 2 gleich. Zwei Zerlegungen werden als gleich bezeichnet, wenn sie sich nur in der Anordnung der Teilquadrate, nicht aber in deren Anzahl oder Größe unterscheiden. Die dritte Zerlegung mit den geordneten Summanden 4, 3 und 3 ist daher von den ersten beiden Zerlegungen verschieden.

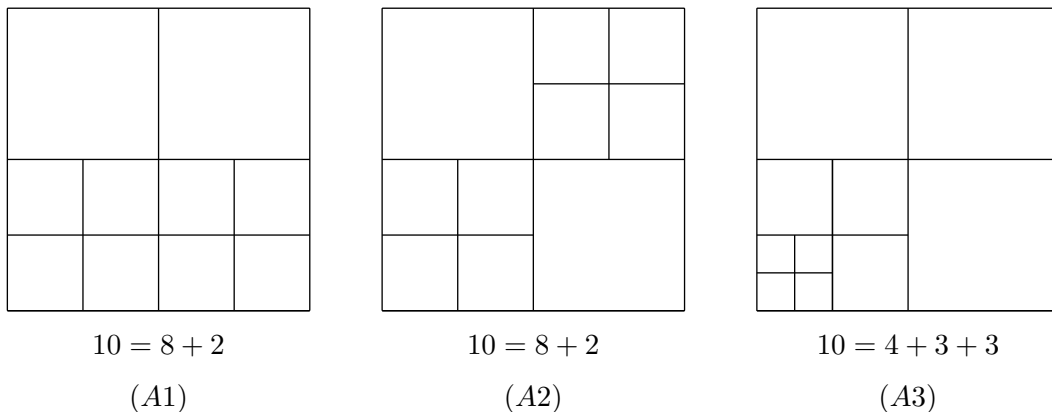


Abbildung A 480814

- a) Nenne eine Möglichkeit, wie man eine Zerlegung in n Teilquadrate finden kann, wenn n eine Quadratzahl ist.
- b) Gib eine Zerlegung eines Quadrates in 6 Teilquadrate sowie die zugehörigen geordneten Summanden an.
- c) Gib zwei verschiedene Zerlegungen eines Quadrates in 13 Teilquadrate sowie die zugehörigen geordneten Summanden an.
- d) Katja behauptet: Wenn die Zerlegung eines Quadrats in n Teilquadrate möglich ist, dann ist stets auch eine Zerlegung in $(n + 3)$ Teilquadrate möglich.
Hat Katja Recht? Begründe deine Entscheidung.