48. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 7
Aufgaben

© 2008 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
`www.mathematik-olympiaden.de`. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

480721

Drei Lehrer mit den Namen Bergmann, Schröter und Voigt erteilen Unterricht in jeweils genau zwei der Fächer Chemie, Deutsch, Englisch, Französisch, Geschichte und Physik. Jedes der sechs Fächer wird von genau einem der drei Lehrer unterrichtet. Außerdem ist bekannt:

(1) Herr Voigt verbrachte mit dem Geschichtslehrer den Sommerurlaub in Spanien.
(2) Herr Schröter sowie der Deutschlehrer und der Französischlehrer kommen oft mit dem Auto zur Schule.
(3) Herr Schröter ist kein Geschichtslehrer.
(4) In der Freizeit spielen der Physiklehrer, der Chemielehrer und Herr Bergmann gern Basketball.
(5) Herr Schröter und der Physiklehrer haben einen Garten.
(6) Herr Voigt und der Deutschlehrer gehen gern ins Theater.

Weise nach: Aus diesen Angaben lässt sich eindeutig ableiten, welcher der genannten Lehrer welche der genannten Fächer unterrichtet. Gib diese Zuordnung an.

480722

a) Trage die Zahlen -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 so in die neun Felder des in der Abbildung A 480722 a gegebenen 3×3-Quadrates ein, dass die Summen der Zahlen in jeder (waagerechten) Zeile, in jeder (senkrechten) Spalte und in jeder der beiden Diagonalen untereinander gleich sind. Eine Begründung wird in dieser Teilaufgabe nicht verlangt.

A 480722 a

$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{4}$	
	$\frac{7}{4}$	
		1

A 480722 b

11	3	

A 480722 c

b) Vervollständige die Eintragungen in das 3×3-Quadrat aus Abbildung A 480722 b so, dass die Summen der Zahlen in jeder Zeile, in jeder Spalte und in jeder der beiden Diagonalen untereinander gleich sind. Erkläre, wie du die Lösung gefunden hast.

c) Auch im 3×3-Quadrat aus Abbildung A 480722 c sollen die Summen der Zahlen in jeder Zeile, in jeder Spalte und in jeder der beiden Diagonalen untereinander gleich sein. Jede dieser Summen soll 20 betragen. Vervollständige die Eintragungen und begründe auch hier deinen Lösungsweg.

Hinweis zur Darstellung der Lösung: Übertrage die drei Abbildungen auf dein Lösungsblatt.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

480723

Eine Treppe ist zwischen 15 und 20 Meter hoch, wobei die Stufenhöhe genau 15 cm beträgt.

Fritzchen steigt die Hälfte der Stufen hoch, dann ein Drittel des Restes und schließlich ein Achtel der noch übrig gebliebenen Stufen. Dann ist er aber immer noch nicht ganz oben.

Wie hoch ist die gesamte Treppe, und wie viele Stufen muss Fritzchen noch hochsteigen?

480724

Wir betrachten ein Viereck $ABCD$, von dem gefordert wird:

(1) $ABCD$ ist ein Parallelogramm.

a) Außerdem wird vorausgesetzt:

(2) H ist ein Punkt auf der Seite $\overline{AB}$.

(3) Die durch B verlaufende Parallele zu $\overline{DH}$ schneidet die Seite $\overline{CD}$ im Punkt K.

Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen die Strecken $\overline{BH}$ und $\overline{DK}$ stets gleich lang sind und dass die Strecken $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ und $\overline{HK}$ den gleichen Mittelpunkt haben.

b) An Stelle der Voraussetzungen (2) und (3) in Teilaufgabe a) wird über das Parallelogramm $ABCD$ nun vorausgesetzt:

(2*) Die Halbierenden der Winkel BAD und CBA schneiden einander in einem Punkt auf der Seite $\overline{CD}$. Dieser Punkt sei mit E bezeichnet.

(3*) Die Strecke $\overline{AE}$ hat eine Länge von 6 cm und die Strecke $\overline{BE}$ hat eine Länge von 4 cm.

Ermittle unter diesen Voraussetzungen den Flächeninhalt des Parallelogramms $ABCD$.