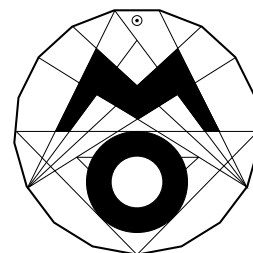


**48. Mathematik-Olympiade**  
**3. Stufe (Landesrunde)**  
**Klasse 8**  
**Aufgaben – 2. Tag**



© 2008 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

480834

Ein Roboter bewegt sich wie in der Abbildung A480834 spiralförmig in Schritten der Länge 1 auf den ganzzahligen Gitterpunkten um den Ursprung eines Koordinatensystems: Er beginnt im Punkt  $(0; 0)$ . Die fünf ersten Schritte bringen ihn der Reihe nach zu den Punkten  $(1; 0)$ ,  $(1; 1)$ ,  $(0; 1)$ ,  $(-1; 1)$  und  $(-1; 0)$ .

Auf welchem Punkt landet der Roboter beim 2009. Schritt?

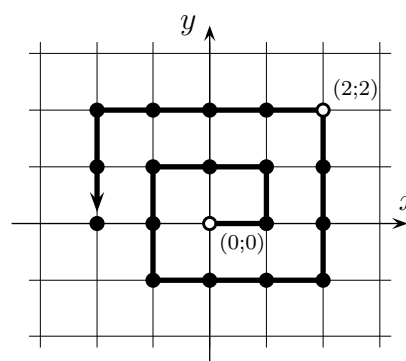


Abbildung A480834

480835

Über fünf Punkte  $A, B, C, D, E$  wird vorausgesetzt:

- (1) Die Punkte liegen in dieser Reihenfolge auf einem Kreis  $k$  mit dem Mittelpunkt  $M$ .
  - (2) Der Mittelpunkt  $M$  liegt auf der Strecke  $\overline{AC}$ .
  - (3) Die Strecken  $\overline{AB}$  und  $\overline{BC}$  sind gleich lang.
  - (4) Die Strecken  $\overline{CD}$ ,  $\overline{DE}$  und  $\overline{EA}$  haben dieselbe Länge.
- a) Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt: Die Dreiecke  $\triangle MCD$ ,  $\triangle MDE$  und  $\triangle MEA$  sind kongruent.
- b) Berechne die Größen der Innenwinkel im Dreieck  $\triangle BCD$ .

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

480836

Die Felder eines  $5 \times 5$ -Quadrats sollen so mit 25 gegebenen einfarbigen  $1 \times 1$ -Kärtchen belegt werden, dass ein Farbmuster entsteht, welches symmetrisch zu einer Diagonalen des Quadrats ist.

- a) Beweise, dass dies, unabhängig davon, wie viele Kärtchen von jeder Farbe vorhanden sind, stets möglich ist, wenn die Kärtchen höchstens 6 verschiedene Farben haben.
- b) Untersuche, ob dies, unabhängig davon, wie viele Kärtchen von jeder Farbe vorhanden sind, stets möglich ist, wenn die Kärtchen 7 verschiedene Farben haben.
- c) Ermittle alle Anzahlen von Farben, die größer als 6 sind, für die man ein derartiges symmetrisches Farbmuster herstellen kann, wenn man vorgeben darf, wie viele Kärtchen von jeder Farbe vorkommen.