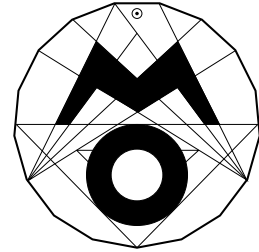


48. Mathematik-Olympiade  
4. Stufe (Bundesrunde)  
Klasse 10  
Aufgaben – 1. Tag



© 2009 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

481041

Anton und Bärbel spielen folgendes Spiel: Von einem Stapel mit 100 Karten ziehen sie abwechselnd entweder 2, 5 oder 6 Karten. Den ersten Zug führt stets Anton aus. Gewonnen hat, wer den letzten erlaubten Zug machen kann.

Untersuchen Sie, wer von beiden den Sieg erzwingen kann, und geben Sie eine Gewinnstrategie an.

481042

Bestimmen Sie alle Paare  $(x; y)$  reeller Zahlen, die den folgenden drei Bedingungen genügen:

- (1)  $x^3 + y^3 = 1$ ,
- (2)  $\sqrt[3]{|x + y|}$  ist rational,
- (3)  $\sqrt[3]{|(1 - x)(1 - y)|}$  ist rational.

481043

Man beweise, dass es nicht möglich ist, einen Würfel in elf einander volumengleiche (nicht notwendig reguläre) Tetraeder zu zerlegen.