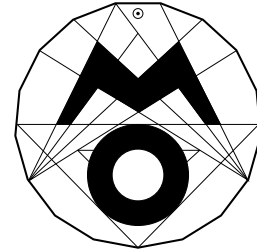


49. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulstufe)
Klasse 7
Aufgaben



© 2009 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

490711

Die Firma HAUSBAU soll mit Baggern 10 gleich große Gruben für Fundamente von Einfamilienhäusern ausheben. Sie sollen in 7 Tagen fertig sein. Dazu müssen 8 Arbeiter täglich 8 Stunden arbeiten.

Eine Grube wird vor Beginn der Arbeit abbestellt. Ein Arbeiter wird am Ende des 4. Tages krank, ein weiterer am Ende des 6. Tages. Beide fallen bis zum Ende der Bauarbeiten aus.

Können die 9 Gruben in den 7 Tagen ausgehoben werden, ohne dass Überstunden gemacht werden müssen?

490712

Die unten stehende Figur besteht aus gleich großen Quadraten, in die jeweils eine Zahl eingetragen ist. Diese Figur soll in vier Teilfiguren zerlegt werden, die folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllen:

- (1) Die Teilfiguren sind form- und flächeninhaltsgleich (also in diesem Sinne kongruent).
- (2) Addiert man die in den Quadraten einer jeden Teilfigur eingetragenen Zahlen, dann sind diese Summen gleich.

Gib eine Zerlegung an, welche die genannten Bedingungen erfüllt.

	12	14	13			
5	8	11	3	2	7	17
15	10	9	3	18	19	6
			4	16	8	

Abbildung A 490712

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

490713

Über ein Dreieck ABC ist bekannt:

- (1) Die Größe des Winkels BAC beträgt 60° .
- (2) Die Halbierende des Winkels ACB schneidet die Seite \overline{AB} so in einem Punkt D , dass die Strecken \overline{CD} und \overline{BD} gleich lang sind.

Zeichne eine Planfigur und leite aus den Voraussetzungen die Größen der beiden anderen Innenwinkel des Dreiecks her.

490714

Die 1. Stufe der 49. Mathematik-Olympiade findet im Jahr 2009 statt. Jens behauptet: „Man kann die Jahreszahl 2009 so in zwei Summanden zerlegen, dass deren größter gemeinsamer Teiler die Zahl 49 ist.“ Als Beispiel für seine Behauptung gibt er 931 und 1078 mit der Summe 2009 und dem größten gemeinsamen Teiler 49 an.

- a) Überprüfe die Behauptung von Jens.
- b) Ermittle die Anzahl aller geordneten Paare $(a; b)$ aus positiven ganzen Zahlen mit der Summe $a + b = 2009$ und dem größten gemeinsamen Teiler $\text{ggT}(a; b) = 49$.
- c) Weise nach, dass es kein Zahlenpaar $(a; b)$ gibt, für das $a + b = 2010$ und $\text{ggT}(a; b) = 50$ gilt.
- d) In welchem Jahr findet die nächste 1. Stufe der Mathematik-Olympiade statt, zu der es wieder mindestens ein geordnetes Paar $(a; b)$ von positiven ganzen Zahlen a und b derart gibt, dass die Jahreszahl die Summe von a und b ist und deren größter gemeinsamer Teiler $\text{ggT}(a; b)$ die Nummer der Olympiade ist?
Ermittle die Anzahl dieser geordneten Paare $(a; b)$.