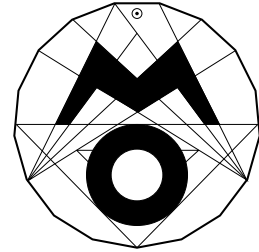


49. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulstufe)
Klasse 8
Aufgaben



© 2009 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

490811

Ein Gutsbesitzer musste wegen Futtermangels 50 Schafe verkaufen, da sonst sein Vorrat anstatt für 10 Wochen nur für 9 Wochen gereicht hätte.

Wie viele Schafe hatte der Gutsbesitzer vor dem Verkauf der 50 Schafe?

490812

Alle Zahlen, die in dieser Aufgabe ermittelt werden sollen, sind positiv und ganz.

- a) Ermittle alle dreistelligen Zahlen z , welche die drei Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllen.
- (1) Die Zahl z hat die Quersumme 14.
 - (2) Die Einerziffer von z ist doppelt so groß wie die Hunderterziffer.
 - (3) Vertauscht man die Einerziffer und die Hunderterziffer, so ist z um 198 kleiner als die Zahl, die man durch diesen Tausch erhält.
- b) Ermittle alle vierstelligen Zahlen n , welche die folgenden vier Bedingungen (1), (2), (3) und (4) erfüllen.
- (1) Die Zahl n besteht aus vier von Null verschiedenen Ziffern. Dabei tritt jede Ziffer höchstens einmal auf.
 - (2) Die Zahl n hat die Quersumme 18.
 - (3) Die Tausenderziffer von n ist um 1 kleiner als die Einerziffer.
 - (4) Schreibt man die Ziffern von n in umgekehrter Reihenfolge auf, dann ist die so entstehende Zahl um 729 größer als n .

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

490813

Wir betrachten ein Rechteck $ABCD$ mit dem Diagonalschnittpunkt S . Im Punkt A ist die Senkrechte auf die Gerade AC errichtet. Diese schneidet die Verlängerung der Diagonalen \overline{BD} im Punkt E . Außerdem gilt:

- (1) Die Diagonale \overline{AC} ist 80 mm lang.
 - (2) Die Größe des Winkels BAC beträgt 30° .
- a) Fertige eine Zeichnung der Figur an, die alle Voraussetzungen erfüllt, und ermittle durch Messung die Länge der Strecke \overline{DE} .
- b) Ermittle die Länge der Strecke \overline{DE} durch Rechnung. Begründe deinen Rechenweg.

490814

Betrachtet werden regelmäßige n -Ecke. Dabei heißt ein n -Eck regelmäßig, wenn alle Seiten des n -Ecks dieselbe Länge haben und alle Innenwinkel gleich groß sind.

Je zwei verschiedene Eckpunkte sind durch eine Strecke verbunden. Zueinander parallele Verbindungsstrecken werden als äquivalent bezeichnet und zu Mengen zusammengefasst. Diese Mengen von zueinander parallelen Verbindungsstrecken werden Äquivalenzklassen genannt.

- a) Bearbeite folgende Aufgaben für $n = 5$, $n = 7$ und $n = 8$:
Skizziere ein regelmäßiges n -Eck mit allen Verbindungsstrecken.
Wie viele Verbindungsstrecken erhält man? Zeichne zueinander parallele Verbindungsstrecken jeweils mit der gleichen Farbe.
Ermittle die Anzahl der Äquivalenzklassen paralleler Verbindungsstrecken.
- b) Äußere eine Vermutung für eine Regel, welche die Anzahl der Äquivalenzklassen paralleler Verbindungsstrecken für jedes regelmäßige n -Eck angibt.
Überprüfe diese Vermutung für $n = 3$, $n = 4$, $n = 6$ und $n = 9$.

Hinweis: Die Parallelität der Verbindungsstrecken kann ohne Beweis verwendet werden.