49. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 5
Aufgaben

© 2009 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
`www.mathematik-olympiaden.de`. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

490521

Wir rechnen mit Zeiten.

a) René fährt zu Hause um 15:30 Uhr zur Mathe-AG los; die AG beginnt um 16:00 Uhr. Unterwegs schaut er auf die Uhr und stellt fest: In 10 Minuten wird doppelt so viel Zeit vergangen sein, wie es bis zum Beginn der Arbeitsgemeinschaft dann noch sind.
Wie spät ist es gerade?

b) René denkt unterwegs weiter: „Ich suche den Zeitpunkt, an dem gilt: Bis 17:00 Uhr sind es noch dreimal so viele Minuten wie seit 14:00 Uhr bereits vergangen sind.“
Welcher Zeitpunkt ist dies?

c) René hat sich für die Regionalrunde der Mathematik-Olympiade qualifiziert. Diese beginnt bei ihm am 11. November 2009 um 08:00 Uhr.
Welches Datum und welche Uhrzeit haben wir 2009 Minuten später?

490522

Hanna, Judith, Katrin und Leonie haben jeweils Mütze und Schal in einer Farbe; Hanna in grün, Judith in blau, Katrin in orange und Leonie in violett.

a) Im Oktober ist es noch nicht so kalt und die Mädchen tragen nur Schals und Mützen. Hanna, Judith und Karen wollen sich den Spaß machen und ihre Schals austauschen; Leonie will zunächst ihren Schal behalten und nicht mitmachen.
Nach wie vielen Tagen hätten die drei Mädchen alle Möglichkeiten verschiedener Zuordnung der Schals durchprobiert, wenn sie immer nur morgens tauschten? Sie dürfen auch ihre eigenen Sachen tragen.

b) Leonie will jetzt auch mitmachen.
Nach wie vielen Tagen hätten die vier Mädchen alle Möglichkeiten verschiedener Zuordnung der Schals durchprobiert, wenn sie immer nur morgens tauschten? Sie dürfen auch ihre eigenen Sachen tragen.

c) Die vier Mädchen tauschen jetzt im Oktober ihre Schals aus. Der Tausch gefällt ihnen, und im November wollen sie auch ihre Mützen tauschen. Sie überlegen sich, wie lange diese ganze Tauscherei von Mützen und Schals wohl dauern wird – ob wohl der Winter reicht.
Diese schwierige Frage geht jetzt an dich: Nach wie vielen Tagen haben sie alle Möglichkeiten durchprobiert? Sie dürfen wieder auch ihre eigenen Sachen tragen.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

490523

Judith, Hanna und Katrin haben jeweils Mütze, Schal und Handschuhe in einer Farbe; Judith in blau, Hanna in grün und Katrin in orange.

Im Dezember tauschen Judith, Hanna und Katrin Mütze, Schal und Handschuhe. Die Handschuhe werden nicht einzeln getauscht, so dass jedes Mädchen gleichfarbige Handschuhe trägt. Am Nikolaustag konnte man die folgenden Beobachtungen machen:

(1) Nur Judith ist dreifarbig gekleidet, sie trägt ihre eigenen Handschuhe.
(2) Bei Hanna haben Schal und Mütze nicht die gleiche Farbe.
(3) Katrin trägt Hannas Mütze.

Welche Farben haben Mütze, Schal und Handschuhe, die Judith trägt, welche Farben tragen Hanna und Katrin?

490524

In dieser Aufgabe geht es um zwei gleich große Kreise, die einander berühren, und um Geraden, die sich schneiden.

Zeichne für jede Teilaufgabe zunächst zwei Kreise, die sich berühren.

a) Zeichne nun je zwei Geraden so, dass
   (1) sie einander schneiden und keinen gemeinsamen Punkt mit den Kreisen haben,
   (2) sie einander schneiden und jeweils genau einen gemeinsamen Punkt mit jeweils einem der Kreise haben.
b) Nun sollen die beiden Geraden zusammen drei gemeinsame Punkte mit den Kreisen haben.
   Zeichne je zwei Geraden so, dass sie sich schneiden und
   (1) ein Kreis zwei gemeinsame Punkte mit den Geraden hat und der andere Kreis nur einen gemeinsamen Punkt,
   (2) eine Gerade die drei gemeinsamen Punkte mit den Kreisen hat und die andere keinen.
c) Nun sollen drei Geraden gezeichnet werden, die sich in einem Punkte schneiden.
   (1) Zeichne die erste Gerade so, dass sie mit jedem der beiden Kreise genau einen Punkt gemeinsam hat.
   Zeichne die anderen beiden Geraden so, dass sich die drei Geraden außerhalb der Kreise in einem Punkt schneiden und insgesamt fünf gemeinsame Punkte mit den Kreisen haben.
   (2) Erfülle Aufgabe c) (1) so, dass das Bild symmetrisch ist.