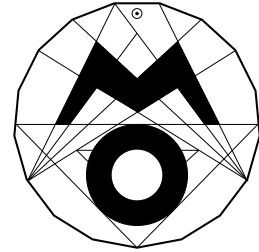


**49. Mathematik-Olympiade**  
**2. Stufe (Regionalrunde)**  
**Klasse 8**  
**Aufgaben**



© 2009 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

490821

Familie Müller will künftig mehr auf eine gesunde Ernährung achten. Ab sofort kommt Cola nicht mehr auf den Tisch. Mineralwasser mit Himbeersirup gemischt löscht ebenso gut den Durst. Frau Müller stellt einen Krug auf den Tisch. Er enthält einen Liter „gesunde“ Limonade mit einem Teil Himbeersirup auf neun Teile prickelndes Wasser. „Und das soll schmecken?“, klagt Kai. „Ein Fünftel Sirup sollte in der Mischung schon sein.“ Frau Müller fügt so viel Sirup hinzu, dass die Mischung 20 Prozent Sirup enthält. Nun mault Katja: „Das ist ja viel zu süß!“ Heimlich gießt sie den Inhalt von einem Glas Wasser (125 ml) in den Krug.

- a) Wie viel Sirup hat Frau Müller hinzugefügt, nachdem sich Kai beschwerte?
- b) Wie viel Prozent Sirup enthält die Limonade, nachdem Katja das Wasser hinzugefügt hat?

490822

Über ein Viereck  $ABCD$  wird vorausgesetzt:

- (1)  $ABCD$  ist ein Trapez mit den parallelen Seiten  $\overline{AB}$  und  $\overline{CD}$ .
- (2) Der Winkel  $BAD$  hat die Größe  $\alpha = 64^\circ$ .
- (3) Die Seite  $\overline{AD}$  ist 5 cm lang.
- (4) Die Seite  $\overline{CD}$  ist 3 cm lang.
- (5) Die Länge der Seite  $\overline{AB}$  ist gleich der Summe der Längen der Seiten  $\overline{BC}$  und  $\overline{CD}$ .

Zeichne das Viereck  $ABCD$  und leite aus den Voraussetzungen die Größen der restlichen Innenwinkel des Vierecks ab.

490823

Paul hat beliebig viele Holzwürfel mit den Kantenlängen 1 cm, 2 cm, 3 cm und 4 cm zur Verfügung. Er will aus diesen Würfeln einen größeren Würfel mit der Kantenlänge 5 cm bauen. Mit welcher *kleinsten* Anzahl an Würfeln gelingt ihm das?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

490824

- a) Ermittle alle zweistelligen Zahlen, welche die folgende Bedingung erfüllen:  
Addiert man zur Zahl ihre Quersumme und multipliziert diese Summe mit 6, dann erhält man als Ergebnis 180.
- b) Ermittle die Anzahl aller Paare positiver ganzer Zahlen  $(m; n)$ , für die eine dreistellige Zahl  $z$  existiert mit folgenden Eigenschaften:  
Die Quersumme von  $z$  ist  $n$ . Die Einerziffer von  $z$  ist doppelt so groß wie die Hunderterziffer von  $z$ . Werden Einerziffer und Hunderterziffer von  $z$  miteinander vertauscht, so ist die entstehende Zahl um  $m$  größer als die ursprüngliche Zahl.