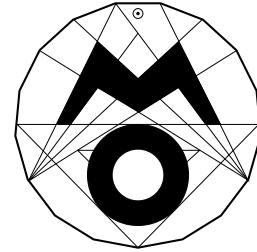


49. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 9
Aufgaben – 1. Tag



© 2010 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

490941

Die Klasse 10b plant einen zweitägigen Ausflug zur DRK-Hütte in Altenfeld. In der Klasse 10b sind 13 Schüler (8 Jungen und 5 Mädchen). Es gibt keine Geschwisterkinder in dieser Klasse. Um die Kosten zu minimieren, haben sich fünf Väter bereit erklärt, die Schüler mit ihren Autos zur DRK-Hütte zu fahren. Die Mathematiklehrerin Frau Lustig notiert sich auf dem Elternabend die Namen der fünf Väter.

Frau Lustig stellt ihrer Klasse folgende Knobelaufgabe: Wie viele Möglichkeiten der Verteilung der Schüler auf die fünf Fahrzeuge gibt es, wenn man davon ausgeht, dass in jedem Auto genau drei Plätze für Schüler zur Verfügung stehen und in jedem Auto das Kind des Vaters sitzt, der das Auto fährt?

490942

In einem Schreiben auf dem Tisch der Institutssekretärin wird über die Einkünfte der Mathematiker A , B , C und D mitgeteilt, dass jeder täglich einen ganzzahligen Betrag von mehr als 100€ verdient, dass nur B und C gleich viel verdienen und sie zusammen täglich 500€ erhalten. Die Mathematiker A , B , C und D wissen nichts weiter von ihren gegenseitigen Verdiensten.

Zuerst kommt C ins Sekretariat wegen einer Reiseabrechnung. Nachdem er das Schreiben „zufällig“ gelesen hat, sagt er zur – natürlich mathematisch versierten – Sekretärin: „Mit dem Inhalt dieses Schreibens und dem Wissen um die Höhe meines Verdiensts kann ich beweisen: Wenn D 's Verdienst eine Quadratzahl ist, dann verdient er am meisten von uns allen.“

Nachdem C wieder gegangen ist, kommt A ins Sekretariat, liest ebenfalls „zufällig“ das Schreiben und sagt zur Sekretärin: „Mit dem Inhalt dieses Schreibens und dem Wissen um die Höhe meines Verdiensts kann ich beweisen: Der Verdienst von D ist keine Quadratzahl.“

Beantworten Sie auf der Basis dieser Informationen – und natürlich unter der Voraussetzung, dass stimmt, was C und A zur Sekretärin sagen – folgende Fragen:

- a) Wie viel verdient C ?
- b) Welche Möglichkeiten gibt es für das Gehalt von A ?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

490943

Es sei $ABCD$ ein konvexes Viereck. Die Mittelpunkte der Seiten \overline{BC} und \overline{DA} bezeichnen wir mit M bzw. N .

Beweisen Sie:

- a) Wenn $ABCD$ ein Parallelogramm ist, dann sind $DM \parallel BN$ und $NC \parallel AM$.
- b) Wenn $DM \parallel BN$ und $NC \parallel AM$ sind, dann ist $ABCD$ ein Parallelogramm.