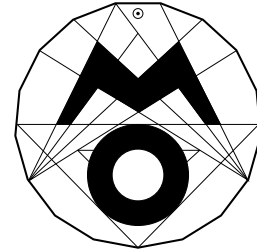


**50. Mathematik-Olympiade**  
**3. Stufe (Landesrunde)**  
**Klasse 8**  
**Aufgaben – 1. Tag**



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

500831

Andreas, Björn, Chris und Daniel spielen Fußball. Plötzlich trifft einer der vier Jungen mit einem scharfen Schuss eine Fensterscheibe im Nachbarhaus. Sie zerbricht klirrend in tausend Stücke.

Das Spiel ist jäh zu Ende und die vier werden zur Verantwortung gezogen. Man stellt ihnen mehrere Fragen und sie antworten wie folgt:

- |         |   |
|---------|---|
| Andreas | (1) Zwischen der zerbrochenen Fensterscheibe und meinem Schuss besteht kein Zusammenhang. |
|         | (2) Daniel hat das Spiel angestoßen.  |
|         | (3) Chris hat die Scheibe nicht eingeschlagen; er ist unschuldig.                         |
| Björn   | (4) Ich habe den Ball nicht ins Fenster geschossen.                                       |
|         | (5) Chris ist der Übeltäter.  |
|         | (6) Ich habe mehr Tore geschossen als Daniel.   |
| Chris   | (7) Der fatale Schuss in die Scheibe wurde nicht von mir abgegeben.                       |
|         | (8) Diesmal ist es mir nicht gelungen, ein Tor zu schießen.                               |
|         | (9) Andreas hat keine Schuld an der kaputten Scheibe.                                     |
| Daniel  | (10) Ich habe den Ball nicht in die Fensterscheibe geschossen.                            |
|         | (11) Chris ist es gewesen.  |
|         | (12) Als ich ankam, war das Spiel bereits in vollem Gange.                                |

Offensichtlich haben es die Jungen mit der Wahrheit nicht immer genau genommen: Jeder der vier Jungen hat genau zweimal die Wahrheit und einmal die Unwahrheit gesagt.

Untersuche, ob aus diesen Angaben eindeutig ermittelt werden kann, welche Aussagen wahr bzw. welche falsch sind und wessen Schuss in die Fensterscheibe ging.

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

500832

Eine Meute Hunde und Katzen hat eine Pizzeria überfallen, um Pizzas zu fressen. Jede Pizza besteht aus zwölf gleich großen Stücken. Der Pizzabäcker berichtet einem Journalisten von dem Vorfall. Er hat vergessen, ob die Hunde jeweils 6 oder 7 Stücke gefressen haben. Auch bei den Katzen ist er sich unsicher, ob es jeweils 4 oder 5 Stücke waren. Er weiß nur noch, dass alle Hunde gleich viele Stücke und alle Katzen gleich viele Stücke gefressen haben, dass vier Pizzas für die Meute nicht reichten und dass von der fünften Pizza allerdings etwas übrig geblieben ist.

Ein Gast, der den Überfall gesehen und den Bericht des Pizzabäckers mit angehört hat, bemerkt dazu: „Ich könnte Ihnen die Anzahlen der Hunde und Katzen nennen. Allerdings kann man daraus keine Aussage über die Anzahlen der jeweils gefressenen Pizzastücke ableiten: Alle vier Varianten sind noch möglich.“

Weise nach: Aus diesen Informationen lässt sich eindeutig feststellen, wie viele Hunde und wie viele Katzen das Restaurant gestürmt haben. Gib die Anzahlen der Hunde und Katzen an.

500833

Gegeben ist ein Dreieck  $ABC$ . Auf der Strecke  $\overline{AB}$  liegen die Punkte  $D$  und  $E$  so, dass  $D$  zwischen  $A$  und  $E$  liegt. Außerdem wird vorausgesetzt:

- (1) Die Größe des Winkels  $BDC$  ist kleiner als  $60^\circ$  und doppelt so groß wie die Größe  $\alpha$  des Innenwinkels  $BAC$ .
  - (2) Subtrahiert man von  $180^\circ$  das Dreifache von  $\alpha$ , dann erhält man die Größe des Winkels  $CEA$ .
  - (3) Die Winkel  $ACB$  und  $BEC$  sind gleich groß.
- a) Ermittle unter diesen Voraussetzungen die Größe  $\beta$  des Innenwinkels  $CBA$  in Abhängigkeit von  $\alpha$  und gib an, für welche Werte von  $\alpha$  diese Beziehung gilt.
  - b) Untersuche, ob das Dreieck  $ABC$  gleichseitig sein kann.
  - c) Bestimme die Größe  $\alpha$  unter der zusätzlichen Voraussetzung, dass das Dreieck  $ABC$  gleichschenkelig ist.
  - d) Bestimme die Größe  $\alpha$  unter der zusätzlichen Voraussetzung, dass das Dreieck  $ABC$  rechtwinklig ist.