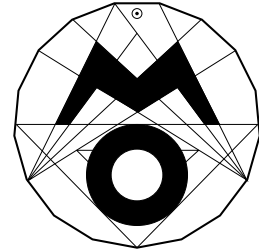


50. Mathematik-Olympiade  
4. Stufe (Bundesrunde)  
Klasse 8  
Aufgaben – 2. Tag



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

500844

Ermittle die Anzahl und die Summe aller siebenstelligen Zahlen, für die das Produkt ihrer Ziffern gleich  $45^3$  ist und deren Quersumme keine Primzahl ist.

500845

Marcel hat vor sich auf dem Tisch  $2n$  Zettel liegen, die fortlaufend von 1 bis  $2n$  durchnummeriert sind. Er möchte  $n$  Zettel mit unmittelbar aufeinander folgenden Nummern so entfernen, dass die Summe aller Nummern auf den übrigen Zetteln 1615 beträgt.

Ermittle alle Zahlen  $n$ , für die dies möglich ist, und die jeweils zugehörige kleinste Nummer der zu entfernenden Zettel.

500846

Gegeben sei ein Viereck  $ABCD$ . Der Mittelpunkt der Diagonalen  $\overline{AC}$  sei  $U$ , der Mittelpunkt der Diagonalen  $\overline{BD}$  sei  $V$ . Weiter sei  $S$  der Mittelpunkt der Strecke  $\overline{UV}$ .

Zeige, dass sich die Verbindungsstrecken der Seitenmitten gegenüberliegender Seiten des Vierecks im Punkt  $S$  schneiden.

*Hinweis:* Es genügt, die Aussage für konvexe Vierecke zu beweisen.