

50. Mathematik-Olympiade  
4. Stufe (Bundesrunde)  
Klasse 9  
Aufgaben – 1. Tag



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

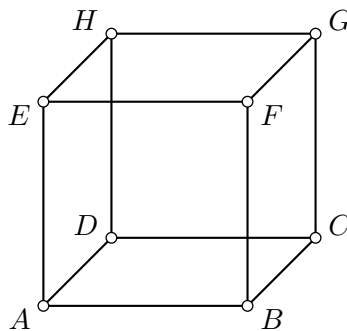
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

500941

Wie viele verschiedene achtbuchstabile Wörter (auch sinnlose oder unaussprechliche Wörter sind erlaubt) kann man aus drei Buchstaben A, drei Buchstaben B und zwei Buchstaben C bilden, bei denen gleiche Buchstaben nie nebeneinander stehen?

500942

Gegeben ist ein Würfel  $ABCDEFGH$  mit der Kantenlänge  $a$  und den Bezeichnungen wie in der Abbildung. Auf der Geraden  $AG$  sei  $P$  derjenige Punkt, für den  $EP$  senkrecht zu  $AG$  ist. Man beweise, dass  $P$  von den Punkten  $F$ ,  $H$  und  $C$  den Abstand  $a$  hat.



500943

Es seien  $a$  und  $b$  reelle Zahlen mit  $3a \geq b$  und  $3b \geq a$ .

Man beweise, dass alle Wurzeln in der Ungleichung

$$\sqrt{a+b} \cdot \left( \sqrt{3a-b} + \sqrt{3b-a} \right) \leq 4\sqrt{a \cdot b}$$

definiert sind und dass die Ungleichung gültig ist.