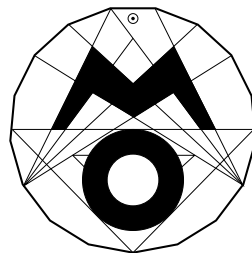


**50. Mathematik-Olympiade**  
**4. Stufe (Bundesrunde)**  
**Klasse 9**  
**Aufgaben – 2. Tag**



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

500944

Bestimmen Sie sämtliche Paare  $(n; t)$  ganzer Zahlen, für die  $n^2 = 2^t + 5$  gilt.

500945

Sei  $ABC$  ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei  $C$ . Der Fußpunkt der Höhe von  $C$  auf  $AB$  sei  $D$ . Weiter seien  $X$  und  $Y$  die Inkreismittelpunkte der Dreiecke  $ADC$  und  $BCD$ .

Berechnen Sie die Größen der Innenwinkel des Dreiecks  $CXY$  unter Verwendung der Winkelgrößen des Dreiecks  $ABC$ .

500946

Gegeben sei ein regelmäßiges 50-Eck, dessen Fläche durch einige eingezeichnete, einander nicht schneidende Diagonalen in (ausschließlich) Dreiecke zerlegt wurde.

- a) Zeigen Sie: Die Anzahl der eingezeichneten Diagonalen ist von der konkreten Zerlegung des 50-Ecks unabhängig.
- b) Finden Sie die größte ganze Zahl  $m$  mit folgender Eigenschaft: Es gibt Zahlen  $a$  und  $b$  mit  $|a - b| \geq m$ , sodass sich unabhängig von der konkreten Zerlegung des 50-Ecks unter den eingezeichneten Diagonalen immer eine finden lässt, die den Rand des Vielecks in zwei Teile aus jeweils  $a$  bzw.  $b$  Seiten zerlegt.
- c) Finden Sie die kleinste ganze Zahl  $n$  mit folgender Eigenschaft: Es gibt Zahlen  $a$  und  $b$  mit  $|a - b| \leq n$ , sodass sich unabhängig von der konkreten Zerlegung des 50-Ecks unter den eingezeichneten Diagonalen immer eine finden lässt, die den Rand des Vielecks in zwei Teile aus jeweils  $a$  bzw.  $b$  Seiten zerlegt.