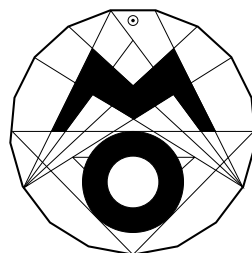


50. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 10
Aufgaben – 2. Tag



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

501044

Bestimmen Sie sämtliche Paare $(n; t)$ ganzer Zahlen, für die $n^2 = 2^t + 5$ gilt.

501045

Es sei $ABCD$ ein konvexes Viereck mit $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle CAD| = |\sphericalangle DCB| = 45^\circ$. Weiter bezeichne L den Punkt auf die Gerade BD , für welchen BD und CL senkrecht aufeinander stehen, und u den Umfang des Dreiecks ABD .

Zeigen Sie

- Es gilt $|\sphericalangle ADB| = 2 \cdot |\sphericalangle ACB|$ und $|\sphericalangle DBA| = 2 \cdot |\sphericalangle DCA|$.
- Es gilt $u = 2 \cdot |CL|$.

Hinweis: Ein Viereck heißt konvex, wenn nichtbenachbarte Seiten keinen gemeinsamen Punkt haben und alle Innenwinkel kleiner als 180° sind.

501046

Auf einem (2011×2011) -Schachbrett werden einige Dominosteine derart platziert, dass jeder Dominostein genau zwei Schachbrettfelder überdeckt und sich keine zwei Dominosteine überlappen. Wenn zwei Schachbrettfelder, die eine gemeinsame Seite haben, von verschiedenen Dominosteinen überdeckt werden, so sind die beiden Steine *Nachbarn*.

Man beweise, dass es stets einen Dominostein gibt, der höchstens drei Nachbarn hat.