

51. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalsrunde)
Klasse 8
Aufgaben



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

510821

Der Wanderer Wendelin beginnt seine Tageswanderung mit dem ersten Sonnenstrahl um 6:00 Uhr und möchte seinen verschlafenen Vetter Valentin besuchen, der 34 km entfernt wohnt. Dieser hat just am gleichen Tag dieselbe Idee und begibt sich um 10:00 Uhr auf gleichem Wege zu Wendelin. Als sich beide um 12:00 Uhr in der Gaststätte „Goldener Treff“ begegnen, ist die Freude groß. Beim Mittagessen stellen sie fest, dass jeder mit gleichbleibender Geschwindigkeit lief.

- a) Zusätzlich ist bekannt, dass die Länge von Valentins Wanderweg 10 km beträgt. Ermittle die Geschwindigkeiten von Wendelin und Valentin in Kilometer pro Stunde. Berechne das arithmetische Mittel der Geschwindigkeiten der beiden Wanderer.
- b) Zeige, dass man die Wandergeschwindigkeit von Wendelin und von Valentin auch aus dem arithmetischen Mittel der Wandergeschwindigkeiten von 4,5 km/h eindeutig bestimmen kann, ohne die Länge von Valentins Wanderweg zu kennen.

Hinweis: Das *arithmetische Mittel* (auch Durchschnitt) von Werten ist ein Mittelwert, der als Quotient aus der Summe aller Werte und der Anzahl der Werte definiert ist.

510822

Die 6 Schulfreunde Arno, Bodo, Cuno, Doro, Enno und Fero wollen in einem Kaufhaus die Rolltreppe zur nächsten Etage benutzen.

- a) Ermittle die Anzahl aller Möglichkeiten, die Rolltreppe zu betreten, wenn sie sich nacheinander jeweils auf eine Stufe stellen.
- b) Ermittle die Anzahl der verbleibenden Möglichkeiten für Bodo, Cuno, Doro und Enno, die Rolltreppe zu betreten, wenn Arno als erster und Fero als letzter mit der Rolltreppe fahren wollen.
- c) Ermittle die Anzahl aller Möglichkeiten, die Rolltreppe zu betreten, wenn Arno, Bodo und Cuno auf drei unmittelbar aufeinander folgenden Stufen stehen wollen, aber nicht unbedingt in dieser Reihenfolge.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

510823

Die Zahl 63 ist 7-mal so groß wie ihre Quersumme, da $63 = 7 \cdot (6 + 3)$ gilt.

- a) Ermittle alle zweistelligen Zahlen, die 7-mal so groß sind wie ihre Quersumme.
- b) Ermittle alle dreistelligen Zahlen, die 19-mal so groß sind wie ihre Quersumme.

510824

a) Von einem Sehnenviereck $ABCD$ mit dem Umkreismittelpunkt M ist bekannt:

- (1) Die Größe des Innenwinkels BAD beträgt 80° .
- (2) Die Größe des Winkels MAD beträgt 30° .
- (3) Die Größe des Winkels BMC beträgt 70° .

Fertige eine Skizze an und berechne unter diesen Voraussetzungen die Größen der Innenwinkel CBA , DCB und ADC .

Hinweis: Es darf ohne Beweis vorausgesetzt werden, dass der Punkt M im Inneren des Vierecks $ABCD$ liegt.

b) Die Abbildung A 510824 zeigt vier verschieden große Kreise mit den Mittelpunkten A , B , C und D , wobei die Kreise einander in den Punkten P , Q , R und S berühren.

Beweise: Es gibt einen Kreis, auf dem diese vier Berührungspunkte liegen.

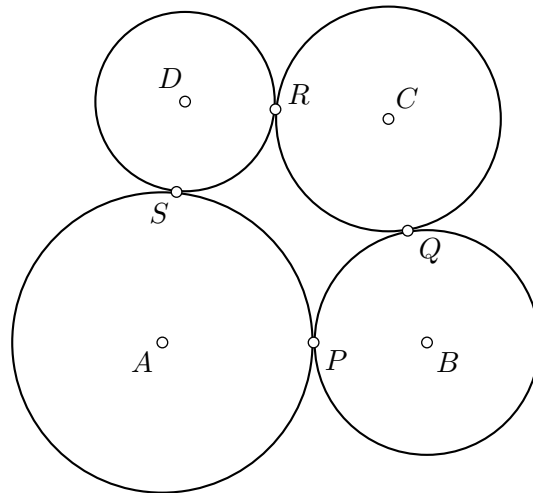


Abbildung A 510824