

**51. Mathematik-Olympiade**  
**3. Stufe (Landesrunde)**  
**Klasse 6**  
**Aufgaben – 2. Tag**



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

510634

Die vier Freunde Andreas, Daniel, Marcel und Tobias betreiben jeweils genau eine der Sportarten Volleyball, Basketball, Fußball und Schwimmen, aber nicht unbedingt in dieser Reihenfolge. Sie haben die Nachnamen Meyer, Müller, Neumann und Schulz – auch nicht unbedingt in dieser Reihenfolge. Im Vergnügungspark fahren sie zusammen in einem Wagen der Achterbahn und sitzen zu viert hintereinander.

- Der Schwimmer sitzt direkt hinter Andreas. (1)
- Der Fußballer heißt nicht Meyer und sitzt nicht ganz hinten. (2)
- Der Volleyballer sitzt auf Position 2 und heißt nicht Schulz und auch nicht Meyer. (3)
- Der Basketballer heißt Müller, und Daniel sitzt auf dem vorletzten Platz. (4)
- Tobias sitzt ganz vorn und heißt nicht Neumann. (5)

In welcher Reihenfolge sitzen die vier Jungen in der Achterbahn, wie heißen sie mit dem Nachnamen und welche Sportart treiben sie?

510635

In alter Zeit sollten Maurer eine Mauer bauen, die genau 51 Handbreit hoch sein sollte. Dazu hatten sie drei Typen von Ziegeln mit unterschiedlicher Dicke, die flachen, die mittleren und die hohen; für jede Ziegelschicht musste stets derselbe Ziegeltyp verwendet werden. Leider wussten die Maurer nicht, wie dick die einzelnen Typen waren. Sie fragten den Baumeister. Der antwortete ihnen:

„Wenn ihr für sieben Schichten flache Ziegel nehmt, für drei Schichten mittlere und für zwei Schichten hohe Ziegel, dann wird eure Mauer 50 Handbreit hoch.

Wenn ihr sechs Schichten flache Ziegel verwendet, fünf Schichten mittlere Ziegel und für eine Schicht die hohen Ziegel, wird die Mauer auch 50 Handbreit hoch.

Und, ach ja: Ihr könntet die Mauer von 50 Handbreit Höhe auch aus zehn Schichten der mittleren Ziegel bauen.

Für eure 51 Handbreit – findet ihr's selbst heraus!“

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

Die Maurer rechneten.

- a) Welche Höhe hatten die drei verschiedenen Ziegeltypen?
- b) Wie kann aus solchen Ziegeln die 51 Handbreit hohe Mauer gebaut werden, wenn jeweils alle drei Typen verwendet werden sollen? Gib vier verschiedene Lösungen an.

### 510636

Anton hat ein gleichseitiges Dreieck; in Bezug auf die folgenden Veränderungen nennen wir dies Stufe 0.

Er zerlegt es in vier gleich große Dreiecke, wie in der Abbildung A 510636 dargestellt. Damit erhält er die Stufe 1. Nun wird das innerste Dreieck wieder genauso zerlegt; dies ergibt die Stufe 2. In jeder weiteren Zerlegung wird wiederum nur das innerste Dreieck zerlegt.

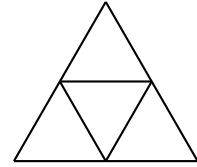


Abbildung A 510636

- a) Anton zählt jetzt immer alle diejenigen Dreiecke, die in ihrem Inneren keine weiteren Dreiecke enthalten. Wie viele solche Dreiecke erhält Anton in Stufe 3? Bezeichne diese Anzahl mit  $S(3)$ .
- b) Finde eine Formel für die Anzahl  $S(n)$  solcher Dreiecke in Stufe  $n$ . Berechne mit Hilfe dieser Formel die Anzahl  $S(10)$ .

Jetzt wird die Zerlegungsvorschrift geändert: In jedem Schritt werden alle die Dreiecke in vier Teildreiecke zerlegt, die ihre Spitze oben haben. Begonnen wird wieder mit dem einfachen Dreieck, der Stufe 0; wiederum ist nach der Anzahl der Dreiecke gefragt, die keine kleineren Dreiecke in sich enthalten. Wir nennen die jetzt entstehenden Anzahlen  $T(n)$ .

- c) Ermittle die Anzahlen  $T(1)$ ,  $T(2)$  und  $T(3)$ .
- d) Berechne die Anzahl  $T(6)$ .