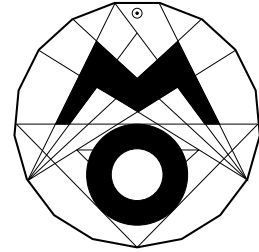


51. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 9
Aufgaben – 1. Tag



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

510931

In einem regulären Fechtturnier tritt jeder Fechter gegen jeden anderen genau einmal zum Fechtkampf an.

- a) Weisen Sie nach, dass ein reguläres Turnier mit 6 Sportlern 9 Fechtkämpfe mehr erfordert als ein Turnier mit 4 Sportlern.
- b) Ermitteln Sie die Anzahl der Fechtkämpfe bei einem regulären Turnier mit 8 Teilnehmern.
- c) Nachdem in einem größeren Turnier alle Teilnehmer die ersten 10 Fechtkämpfe absolviert hatten, erkrankten zwei Sportler und konnten nicht mehr am Turnier teilnehmen. Im gesamten Turnier wurden (einschließlich der bisher von den Erkrankten bestrittenen Kämpfe) insgesamt 156 Fechtkämpfe ausgetragen.
Untersuchen Sie, ob der Fechtkampf zwischen den beiden erkrankten Sportlern noch stattgefunden hatte oder ob er ausgefallen war.

510932

Großvaters ganzer Stolz sind zwei alte mechanische Taschenuhren. Auf dem Zifferblatt dieser alten Uhren stehen die Zahlen von 1 bis 12, beispielsweise wird die Uhrzeit 15:00 Uhr als 3:00 Uhr angezeigt. Jede dieser beiden Präzisionsuhren muss nur einmal in der Woche gewartet werden, denn nach dem Aufziehen laufen beide Uhren für annähernd 8 Tage ununterbrochen und völlig störungsfrei.

Leider hat der Zahn der Zeit die Feinmechanik dieser Uhren beeinträchtigt: Sie laufen falsch und weichen pro Tag um eine gewisse Anzahl voller Minuten von der tatsächlichen Zeit ab, jedoch jeweils weniger als eine Stunde. Auch laufen beide Uhren verschieden schnell.

Du willst deinem Großvater einen Gefallen tun und vereinbarst einen Termin beim bekanntesten Uhrmacher deiner Stadt, der seine Dienste montags bis freitags jeweils von 9:30 Uhr bis 17:00 Uhr (und nur zu diesen Zeiten) in einem kleinen Laden in der Altstadt anbietet. Der Uhrmacher nimmt beide Uhren entgegen, wirft ihnen einen raschen sachkundigen Blick zu und stellt sie pünktlich zur vollen Minute auf die korrekte Tageszeit.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

Danach legt er sie zur weiteren Beobachtung vorsichtig zu anderen Uhren auf ein Regal und macht mit dir einen Termin für nächste Woche aus, um die reparierten Uhren abzuholen.

Am kommenden Montag dann, als der Uhrmacher die Uhren zur Reparatur vom Regal nimmt (dies geschieht während seiner Öffnungszeiten), ist seine Überraschung groß: Beide Uhren zeigen exakt gleichzeitig die Uhrzeit 8:00 Uhr an und weichen dabei um eine volle Anzahl Minuten von der tatsächlichen Uhrzeit ab.

An welchem Wochentag hast du die beiden Uhren abgegeben und wie spät war es, als der Uhrmacher sie auf die korrekte Zeit eingestellt hat?

Bemerkung: Alle Angaben in der Aufgabenstellung verstehen sich als exakt. Insbesondere ist eine „volle Anzahl Minuten“ gleichbedeutend mit 60, 120, 180, 240, ... Sekunden.

510933

Eine schiefe vierseitige Pyramide P hat als Grundfläche ein rechtwinkliges Trapez $ABB'A'$ mit rechten Winkeln bei A und B . Die Mantelfläche besteht aus einem gleichseitigen Dreieck $A'B'C$, zwei rechtwinkligen Dreiecken $A'AC$ und $B'BC$ jeweils mit dem rechten Winkel bei A bzw. B sowie einem Dreieck ABC mit $|AB| = 2$ cm, $|AC| = 1$ cm und $|BC| = 2$ cm.

Bestimmen Sie alle unter diesen Umständen möglichen Seitenlängen von Dreieck $A'B'C$ und weisen Sie nach, dass alle anderen Seitenlängen auszuschließen sind.