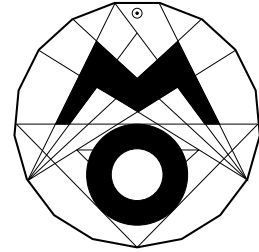


51. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 8
Aufgaben – 1. Tag



© 2012 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

510841

Herr Altmann wird mit seiner Frau zusammen 108 Jahre alt sein, wenn seine Frau so alt sein wird, wie Herr Altmann heute ist. Herr Altmann ist heute doppelt so alt, wie seine Frau war, als er so alt war, wie seine Frau heute ist.

Bestimme das heutige Alter von Herrn Altmann und seiner Frau in vollen Jahren.

510842

Es sei n eine ganze Zahl größer als 1. Beginnend mit $a_1 = n$ wird eine Folge von Zahlen a_1, a_2, a_3, \dots schrittweise gebildet: Das jeweils weitere Folgenglied ergibt sich als Quotient aus dem vorherigen Folgenglied und des um 1 verminderten vorherigen Folgengliedes.

Ermittle alle Startzahlen n , für die man als Summe der ersten 2012 Zahlen dieser Zahlenfolge das Quadrat einer ganzen Zahl erhält.

510843

Über ein Dreieck ABC und Punkte M_1 und M_2 wird vorausgesetzt:

- (1) Der Winkel CBA ist ein rechter Winkel.
- (2) Der Punkt M_1 ist der Mittelpunkt des Inkreises des Dreiecks ABC mit der Radiuslänge r_1 .
- (3) Der Punkt M_2 ist der Mittelpunkt des Ankreises des Dreiecks ABC an \overline{BC} mit der Radiuslänge r_2 .

Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt:

- a) Das Dreieck M_1M_2C ist gleichschenkelig.
- b) Die Strecke \overline{BC} hat die Länge $r_1 + r_2$.

Hinweis: Der Ankreis an \overline{BC} berührt die Dreiecksseite \overline{BC} , die Verlängerung der Seite \overline{AB} über B hinaus und die Verlängerung der Seite \overline{AC} über C hinaus.