

51. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 9
Aufgaben – 1. Tag



© 2012 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

510941

Als Teilnahmebedingung für ein Autorennen müssen die Rennfahrer im sogenannten „Qualifying“ die Distanz von zwei Runden in einer Durchschnittsgeschwindigkeit von mindestens 200 km/h fahren.

Der Fahrer Fabian Fettel fährt die erste Runde mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 180 km/h. Wie schnell muss er die zweite Runde fahren, damit er zum Rennen zugelassen wird?

510942

Die Punkte E und F seien im Inneren eines Quadrates $ABCD$ derart gewählt, dass $AE \parallel FC$ und $|AE| = |EF| = |FC|$ gilt.

Bestimmen Sie unter diesen Bedingungen den kleinstmöglichen Wert für $|\sphericalangle EAD|$.

510943

Das folgende Bild gibt die Darstellung der Ziffern von 0 bis 9 durch eine handelsübliche Digitalziffernanzeige wieder:



Die Digitalanzeige besteht dabei aus sieben „Balken“, von denen jeweils eine gewisse Auswahl „aufleuchtet“, um die Darstellung bestimmter Ziffern zu ermöglichen. So leuchten für die Ziffer 1 die beiden vertikalen Balken auf der rechten Seite der Anzeige auf, während für die Ziffer 8 alle sieben Balken aufleuchten.

Findet nun in der Digitalanzeige ein Wechsel von einer Ziffer zu einer anderen Ziffer statt, so werden im Allgemeinen einige der Balken erlöschen, während dafür andere Balken neu aufleuchten. Wir sprechen dabei jedes Mal, wenn einer der Balken seinen Zustand ändert, von einem „Balkenwechsel“. So erfolgt zum Beispiel der Übergang von der Ziffer 5 zur Ziffer 6 dadurch, dass der vertikale Balken unten links neu aufleuchtet. Ein Übergang von der Ziffer 2

zur Ziffer 3 hingegen erfordert, dass der vertikale Balken unten links erlischt, während dafür der vertikale Balken unten rechts neu aufleuchtet. Dies entspricht zwei Balkenwechseln.

Durchläuft die Digitalanzeige die Ziffern von 0 bis 9 in der uns gewohnten Reihenfolge und springt dann zurück zu 0, so sind im Einzelnen die folgenden Balkenwechsel notwendig:



Ein kompletter Durchlauf benötigt somit insgesamt 30 Balkenwechsel.

Wie viele Balkenwechsel sind für einen kompletten Durchlauf mindestens notwendig, wenn die Reihenfolge der Ziffern 1 bis 9 beliebig gewählt werden darf (wobei jede dieser Ziffern genau einmal vorkommen soll) und nur 0 als Anfang und Ende des Durchlaufes fixiert ist?