52. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

520621

Jonathan spielt mit Zahlen. Er wählt sich eine Zahl, multipliziert sie mit 6, addiert zum Ergebnis 3, teilt dieses Ergebnis durch 3 und zieht schließlich von dem Ergebnis 11 ab. Diese Folge von vier Operationen (sie bilden einen Durchgang) wendet er immer wieder auf das erhaltene Ergebnis an.

Als seine Freundin Jana dazu kommt, lässt er sie mit der Startzahl 13 beginnen.

a) Welches Ergebnis erhält sie nach drei Durchgängen?

Jana sagt: „Es ist doch völlig klar, dass die Ergebnisse immer wachsen müssen.“

Jonathan sagt: „Nein, Jana. Ich kann dir Startzahlen nennen, für welche die Ergebnisse nach einem Durchgang gleich bleiben oder sogar kleiner werden.“

b) Bestätige Jonathans Aussage durch je ein Beispiel.

520622

Man kann Ein-Cent-Münzen so legen, dass sie von den Seiten eines Quadrates genau begrenzt werden. Die Abbildung zeigt, wie neun Münzen ein Quadrat bilden.

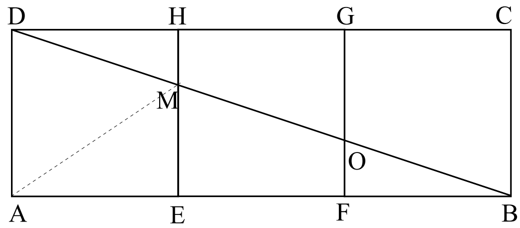
a) Lukas will aus 28 Ein-Cent-Münzen vier Quadrate so legen, dass drei von ihnen gleich groß sind.
Ermittle alle Möglichkeiten für eine solche Zerlegung.

b) Lukas hat insgesamt 2012 Ein-Cent-Münzen und will sie in sein Sparschwein stecken. Nach 1900 Münzen ist das Sparschwein restlos voll, nichts geht mehr hinein.
Lukas überlegt: Schaffe ich es, aus den restlichen Münzen vier Quadrate so zu legen, dass drei davon gleich groß sind und das vierte kleiner ist?
Zeige durch eine Rechnung, dass Lukas es schaffen kann.

c) Jetzt überlegt Lukas, ob eine solche Anordnung der Münzen auch für die 1900 Centstücke im Sparschwein möglich ist.
Entscheide durch Rechnen, ob dies möglich ist.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

520623



Die in der nebenstehenden Abbildung dargestellte Figur zeigt ein Rechteck $ABCD$ aus drei gleichgroßen Quadraten $AEHD$, $EFGH$ und $FBCG$. Die Kanten der Quadrate sind jeweils 6 cm lang.

Die Strecke $\overline{BD}$ schneidet die Strecke $\overline{EH}$ im Punkt M so, dass die Strecke $\overline{EM}$ doppelt so lang ist wie die Strecke $\overline{MH}$; entsprechend ist die Strecke $\overline{GO}$ doppelt so lang wie die Strecke $\overline{OF}$.

Ermittle

a) den Flächeninhalt des Vierecks $EFOM$,

b) den Flächeninhalt des Dreiecks FBO,

c) den Flächeninhalt des Vierecks $AFOD$,

d) den Flächeninhalt des Dreiecks AMD.

Gib die Flächeninhalte in cm^2 an.

520624

Der neue Trainer Butenschön kommt in seine neue Schach-Arbeitsgemeinschaft und stellt fest, dass da vier Mädchen und drei Jungen vor ihm sitzen, deren Namen er noch nicht kennt. Er bittet, dass alle sieben ihren Namen auf ein Schildchen schreiben. Das tun die sieben auch ganz brav, aber als Herr Butenschön sich umdreht, werfen sie alle ihre Schildchen auf einen Haufen und lächeln den Trainer erwartungsvoll an: „Wie viele Möglichkeiten gibt es denn jetzt, uns Namen zuzuordnen – die Jungennamen und die Mädchennamen können Sie ja unterscheiden?“ fragen die Kinder.

a) Wie viele Möglichkeiten gibt es jeweils für die Zuordnung der Mädchennamen und für die Zuordnung der Jungennamen?
Wie viele Zuordnungen gibt es insgesamt für die Zuordnung der Namen zu den Teilnehmern der Schach-Arbeitsgemeinschaft?

b) Da steht ein Mädchen auf und sagt: „Ich will es Ihnen einfacher machen. Auf einem der Schildchen steht der Name Carola, und das bin ich nicht.“ Nun steht auch noch ein Junge auf und sagt: „Noch einfacher für Sie: Ich bin nicht Paul, das ist ein anderer von uns.“
Wie viele Möglichkeiten der Namenszuordnung hat Herr Butenschön jetzt noch?