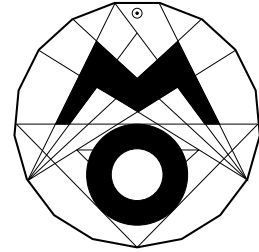


52. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 8
Aufgaben



© 2012 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

520821

Fritz erzählt: „Ich habe eine Tafel Schokolade gekauft. Sie hat mehr als 75 Cent, aber weniger als einen Euro gekostet. Ich hatte genau 3 Münzen in der Tasche. Mit genau einer davon habe ich bezahlt. Nachdem ich bezahlt und mein Wechselgeld zurück erhalten hatte, besaß ich exakt so viel Geld, dass ich damit eine weitere Tafel Schokolade derselben Sorte hätte bezahlen können.“

Hans erwidert: „Aus deinen Angaben kann man aber den Preis der Schokoladentafel nicht eindeutig bestimmen.“

Darauf antwortet Fritz: „Nach dem Kauf der Schokoladentafel hat mir der Händler genau eine Münze zurückgegeben.“

- a) Ermittle alle möglichen Preise dieser Schokoladentafel, wenn nur die Erzählung von Fritz bis zur Erwiderung von Hans bekannt ist.
- b) Zeige, dass der Preis dieser Schokoladentafel nach der Antwort von Fritz eindeutig bestimmbar ist.

Hinweis: Euro-Münzen sind 1-, 2-, 5-, 10-, 20- und 50-Centstücke und 1- und 2-Eurostücke.

520822

- a) Gabi hat vor sich ein 4×4 -Spielfeld und 16 Spielmarken, die durchnummeriert von 1 bis 16 beschriftet sind. Weil 7 ihre Glückszahl ist, nimmt sie die Spielmarke mit dieser Nummer als erste und legt sie auf das Feld in der linken oberen Ecke. Die anderen Spielmarken möchte sie so auf die übrigen Felder des 4×4 -Spielfeldes verteilen, dass die Summen der 4 Nummern jeder Zeile und jeder Spalte alle denselben Wert haben.

Zeige an einem Beispiel, dass Gabi dies erreichen kann.

- b) Frank hat 100 Spielmarken, die durchnummeriert von 1 bis 100 beschriftet sind. Er legt alle Marken, deren Beschriftung die Ziffer 7 enthalten, zur Seite.

Untersuche, ob er die noch verbleibenden Spielmarken derart auf ein 10×10 -Spielfeld verteilen kann, dass auf jedem Feld höchstens eine Marke liegt und die Summen der Nummern in jeder Zeile und jeder Spalte alle denselben Wert haben.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

520823

Ermittle alle vierstelligen positiven ganzen Zahlen, die durch 24 teilbar sind und deren Zifferndarstellung die Form „ $9x6y$ “ hat.

520824

Mit Zirkel und Lineal sind Dreiecke ABC zu konstruieren, welche folgende Bedingungen erfüllen:

- (1) Die Seite \overline{AB} hat die Länge c .
 - (2) Der Winkel CBA hat die Größe β .
 - (3) Der Punkt W ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden zum Winkel BAC mit der Seite \overline{BC} .
 - (4) Die Strecke \overline{AW} hat die Länge w .
- a) Beschreibe deine Konstruktion.
Fertige eine Konstruktionszeichnung für $c = 6 \text{ cm}$, $w = 5,4 \text{ cm}$ und $\beta = 60^\circ$ an.
- b) Beweise: Wenn ein Dreieck wie beschrieben konstruiert wird, dann erfüllt es die gegebenen Bedingungen.
- c) Untersuche, ob es neben dem von dir für $c = 6 \text{ cm}$, $w = 5,4 \text{ cm}$ und $\beta = 60^\circ$ konstruierten Dreieck weitere, zu diesem nicht kongruente Dreiecke gibt, welche die genannten Bedingungen erfüllen.

Hinweis: Bei einer *Konstruktion mit Zirkel und Lineal* sind Zirkel und Lineal ideale Instrumente. Mit dem idealen Zirkel kann der Abstand zweier beliebiger Punkte abgegriffen werden und mit einem solchen Abstand als Radius können Kreise um Punkte als Mittelpunkt konstruiert werden. Das ideale Lineal hat keine Skalierung. Dafür kann man mit ihm die Gerade durch zwei verschiedene Punkte konstruieren. Weitere Punkte können als Schnittpunkte von Geraden mit Geraden, Kreisen mit Kreisen und Geraden mit Kreisen konstruiert werden. Da das ideale Lineal keine Skalierungen hat, können mit ihm weder Längen gemessen noch abgetragen werden.

Die hier durch Angabe von Maßen vorgegebenen Streckenlängen und Winkelgrößen dürfen durch Abmessen mit (skaliertem) Lineal bzw. Winkelmesser einmalig in die Konstruktion übernommen werden.