

52. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 5
Aufgaben



© 2012 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

520531

Wir bilden eine Zahlenfolge. Die ersten beiden Zahlen werden beliebig gewählt. Die dritte Zahl ist die Summe der ersten beiden Zahlen, die vierte Zahl ist die Summe der zweiten und der dritten Zahl, usw.

Ein Beispiel:

Wenn man mit den Zahlen 1 und 4 beginnt, ergibt sich die Folge:

1, 4, 5, 9, 14, 23, 37, 60, . . .

- a) Ermittle die nächsten acht Zahlen der Folge, die mit den Zahlen 3 und 4 beginnt.

Karl sieht diese Zahlenfolge und denkt darüber nach, was passiert, wenn die ersten beiden Zahlen vertauscht werden. „Es ist doch ganz egal, in welcher Reihenfolge man zwei Zahlen addiert. Also müssten die entstehenden Folgen doch gleich sein, wenn man die beiden Anfangszahlen in umgekehrter Reihenfolge aufschreibt“, sagt er.

- b) Entscheide, ob Karl Recht hat.

Karl hat eine weitere Zahlenfolge nach den oben angegebenen Bedingungen aufgeschrieben. Leider hat er dann versehentlich seinen Zettel abgerissen, so dass der Anfang der Folge fehlt und nur noch die Zahlen 50 und 81 da stehen. Er weiß nur noch, dass die erste Zahl größer als die zweite Zahl war und alle Zahlen größer als 0 waren.

- c) Ermittle, wie viele Zahlen abgerissen worden sind und wie Karls Folge anfing.

520532

Aaron kramt seine Kiste mit den Bauklötzen aus Kinderzeiten hervor. Darin sind Würfel mit einer Kantenlänge von 2 cm. Diese Würfel sollen Würfel *A* heißen. Aber er findet auch Quader mit den Kantenlängen $2\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 4\text{ cm}$.

- a) Zuerst nimmt er mehrere Würfel *A* und baut daraus den nächstgrößeren Würfel zusammen. Er soll Würfel *B* heißen.

Welche Kantenlänge hat der Würfel *B*?

Wie viele der Würfel *A* benötigt er dazu?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

b) Nun soll es wiederum der nächstgrößere Würfel werden. Er soll Würfel C heißen.

Welche Kantenlänge hat der Würfel C ?

Wie viele der Würfel A muss er noch dazunehmen, um aus Würfel B den Würfel C bauen zu können?

c) Er will jetzt auch die quaderförmigen Bauklötze benutzen.

Wie viele von den quaderförmigen Bauklötzen kann er höchstens für den Würfel C verwenden?

Beschreibe auch die Lage der Bauklötze im Würfel C .

520533

Im Zahlensee gibt es fünf Inseln. Die Inseln sind unterschiedlich groß und sollen entsprechend ihrer Größe mit 1, 2, 3, 4 und 5 bezeichnet werden; die Insel 5 ist dabei die größte Insel. Zwischen den Inseln und von den Inseln zum Festland gibt es Brücken.

Es ist Folgendes bekannt:

- (1) Die größte Insel ist mit drei anderen Inseln durch je eine Brücke verbunden.
- (2) Zur kleinsten Insel führt nur eine Brücke.
- (3) Jede der drei mittelgroßen Inseln ist mit zwei anderen Inseln durch Brücken verbunden.
- (4) Zusätzlich führt eine Brücke vom Festland auf die zweitkleinste Insel; dies ist die einzige Verbindung mit dem Festland.

Zeichne vier verschiedene Möglichkeiten, wie die Inseln untereinander und mit dem Festland verbunden sein können. Dabei gelten verschiedene Lagen der Inseln mit denselben Verbindungen nicht als verschiedene Möglichkeiten.

520534

In der Musikschule treffen sich Jennifer, Paula, Franziska und Daniel zum Unterricht. Sie lernen das Spielen der Musikinstrumente Klavier, Oboe, Geige und Gitarre. Jedes Kind lernt ein anderes Instrument, und jedes Kind hat ein anderes Alter (in ganzen Jahren).

- (1) Franziska will später auch noch als zweites Instrument Gitarre lernen.
 - (2) Jennifer und das Kind, das Klavierspielen lernt, sind zusammen genauso alt wie die beiden anderen Kinder zusammen, nämlich Franziska und das Kind, das Oboespielen lernt.
 - (3) Die Geigenspielerin ist vier Jahre jünger als Daniel, der nicht Klavier spielt.
 - (4) Jennifer ist zehn Jahre alt.
 - (5) Zusammen sind alle 44 Jahre alt.
- a) Ermittle für jedes Kind, welches Instrument es lernt.
b) Ermittle für jedes Kind, wie alt es ist.