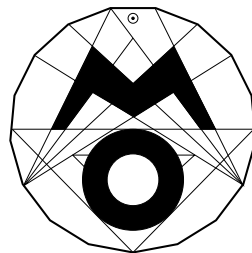


52. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 6
Aufgaben – 2. Tag



© 2012 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

520634

Wir bilden Zahlenfolgen aus natürlichen Zahlen. Die zweite Zahl soll größer oder gleich der ersten Zahl sein. Die dritte Zahl ist die Summe der ersten beiden Zahlen, die vierte Zahl ist die Summe der zweiten und der dritten Zahl, usw.

Ein Beispiel:

Wenn man mit den Zahlen 4 und 5 beginnt, ergibt sich die Folge:

4, 5, 9, 14, 23, 37, 60, 97, ...

- Ermittle die ersten zehn Zahlen der Folge, die mit den Zahlen 1 und 1 beginnt.
- Anna hat eine weitere Zahlenfolge mit 9 Zahlen nach den oben gegebenen Regeln aufgeschrieben. Leider ist ihr dann Kakao über den Zettel gelaufen und das hat den Anfang der Folge auf ihrem Zettel unlesbar gemacht; es stehen nur noch die letzten Zahlen 81 und 131 da.

Ermittle die fehlenden sieben Zahlen, die der Kakao unlesbar gemacht hat.

- Annas Bruder schaut ihr über die Schulter und sagt: „Sei beim Addieren vorsichtig. Wenn du zum Beispiel bei der Berechnung der 8. Zahl der Folge dich nur um 1 verrechnest, also 1 zu viel errechnest, dann ist dein Ergebnis bei der 16. Zahl der Folge um ... äh ... zu groß.“

Errechne, um wie viel die 16. Zahl der Folge tatsächlich zu groß wäre.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

520635

Leo, Martin, Nico und Oskar spielen folgendes Spiel:

Leo zählt für sich still in beliebigem Tempo; er beginnt bei 1. Einer der anderen sagt „Stopp“, und dann nennt jeder der drei anderen eine Zahl, die Leo erreicht haben könnte. Verloren hat derjenige, der mit seinem Tipp am weitesten von Leos Zahl entfernt war. (Bei einem Unentschieden zählt Leo noch einmal.) Der Verlierer muss den beiden anderen jeweils so viele Murmeln geben, wie diese gerade selbst haben. Kann er das nicht, ist das Spiel zu Ende.

- a) Martin beginnt das Spiel mit 10 Murmeln, Nico mit 20 und Oskar mit 6 Murmeln.

Ermittle einen Spielverlauf, bei dem das Spiel nach der vierten Runde zu Ende ist.

- b) Nun beginnen sie ihr Spiel mit insgesamt nur 24 Murmeln. Nach der dritten Runde haben Martin, Nico und Oskar jeweils acht Murmeln.

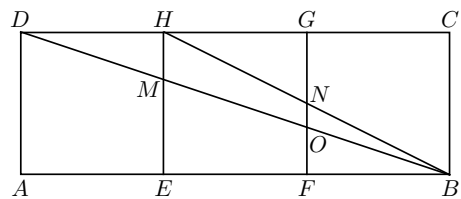
Zeige, dass Leo daraus nicht eindeutig erschließen kann, wie viele Murmeln sein Freund Nico am Anfang hatte.

Hinweis: Leo hat nichts von der Murmelübergabe mitbekommen.

520636

Die in der nebenstehenden Abbildung dargestellte Figur erfüllt folgende Voraussetzungen:

- (1) Das Rechteck $ABCD$ setzt sich aus drei gleich großen Quadraten $AEHD$, $EFGH$ und $FBCG$ zusammen.
- (2) Der Flächeninhalt des Rechtecks beträgt 75 cm^2 .
- (3) Die Strecke \overline{BH} schneidet die Strecke \overline{FG} in deren Mittelpunkt N .
- (4) Die Strecke \overline{BD} schneidet die Strecke \overline{EH} so im Punkt M , dass die Strecke \overline{EM} doppelt so lang ist wie die Strecke \overline{MH} . Außerdem schneidet die Strecke \overline{BD} die Strecke \overline{FG} so im Punkt O , dass die Strecke \overline{OG} doppelt so lang ist wie die Strecke \overline{FO} .



- a) Ermittle den Flächeninhalt des Vierecks $MONH$.
- b) Bestimme das Verhältnis der Flächeninhalte des Vierecks $MONH$ und des Dreiecks OBN .