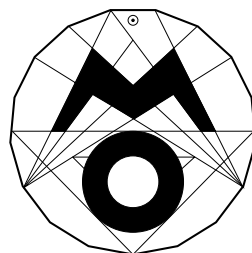


52. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 8
Aufgaben – 1. Tag



© 2012 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

520831

Im Sportverein „Glückauf“ soll der Vorstand, bestehend aus dem Präsidenten, dem Vizepräsidenten, dem Sekretär und dem Kassenswart, neu besetzt werden. Jedes dieser Ämter soll durch genau eine Person besetzt werden. Keine Person darf mehr als ein Amt besetzen. Vor der Wahl gibt es mehrere Vorbehalte der Kandidaten Alexander, Bruno, Christian, Dominik, Erik und Felix:

- (1) Alexander will nicht ohne Bruno arbeiten. Wenn sie zusammenarbeiten, dann will er nicht Vizepräsident sein.
- (2) Bruno will nicht das Amt des Vizepräsidenten oder des Sekretärs übernehmen.
- (3) Christian will nicht mit Bruno zusammenarbeiten, wenn Felix nicht Mitglied des Vorstandes ist.
- (4) Dominik will weder mit Erik noch mit Felix zusammenarbeiten.
- (5) Erik will nicht zum Vorstand gehören, wenn Alexander und Bruno zum Vorstand gehören.
- (6) Nur Felix ist damit einverstanden, Präsident zu werden, jedoch unter der Bedingung, dass Christian nicht Vizepräsident ist.

Ermittle alle Varianten, die vier Ämter den Wünschen der Kandidaten entsprechend zu besetzen.

520832

Über den vier Seiten eines nicht rechtwinkligen Parallelogramms werden Quadrate konstruiert. Beweise, dass die Diagonalschnittpunkte dieser vier Quadrate Eckpunkte eines Quadrates sind.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

520833

Betrachtet wird die folgende Regel:

Es seien p und q ganze Zahlen. Dann ist $1000p + q$ genau dann durch 7 teilbar, wenn $p - q$ durch 7 teilbar ist.

- a) Entscheide durch Anwendung dieser Regel, ob die Nummer 520 833 dieser Aufgabe durch 7 teilbar ist.
- b) Entscheide durch dreimaliges Anwenden dieser Regel, ob 9 012 345 678 durch 7 teilbar ist.
- c) Beweise diese Regel.

Hinweis: Die Regel kann zur Teilbarkeitsuntersuchung angewendet werden, indem durch jeden Anwendungsschritt die Stellenzahl der noch zu untersuchenden Zahl so lange verringert wird, bis eine höchstens dreistellige Zahl erreicht wird.