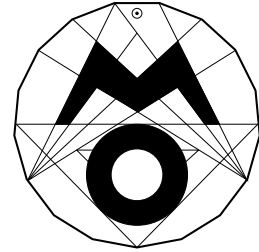


**52. Mathematik-Olympiade**  
**3. Stufe (Landesrunde)**  
**Olympiadeklasse 8**  
**Aufgaben – 2. Tag**



© 2012 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

520834

Peter und sein Vater haben für eine Geburtstagsfeier einen Liter Apfelschorle hergestellt. Das ist eine Mischung aus Mineralwasser und Apfelsaft.

„Ihr habt hoffentlich nicht zu viel Apfelsaft genommen?“, fragt Peters Mutter. „Wenn du willst, kannst du die Apfelschorle verdünnen“, erwidert der Vater. „Wenn du noch einen halben Liter Mineralwasser hinzufügst, beträgt der Apfelsaftanteil in der neuen Mischung nur noch 40 % vom Anteil des Apfelsafts in der ursprünglichen Mischung.“ – „So ein Unsinn!“, meint Peter. „Du solltest noch einmal zur Schule gehen. Gießt man einen halben Liter Mineralwasser hinzu, sinkt der Apfelsaftanteil in der neuen Mischung auf 40 %.“

- Zeige, dass Peters Vater mit seiner Aussage über den Apfelsaftanteil nicht Recht hat.
- Bestimme die Menge Mineralwasser, die man der Apfelschorle hinzugeben müsste, damit Peters Vater Recht hat.
- Angenommen, Peter hat mit seiner Aussage Recht, dass durch Zugabe von 500 ml Mineralwasser zur ursprünglichen Mischung der Apfelsaftanteil auf 40 % in der neuen Mischung sinkt.  
Berechne unter dieser Annahme die Menge des Apfelsaftes und des Mineralwassers in der Apfelschorle vor der Zugabe des halben Liters Mineralwasser.

520835

- Bestimme alle zweistelligen Zahlen, deren Quersumme gleich ihrem Querprodukt ist.
- Bestimme alle dreistelligen Zahlen, deren Quersumme gleich ihrem Querprodukt ist.

*Hinweis:* Das Querprodukt ist definiert als das Produkt aller Ziffern einer Zahl.

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

520836

Gegeben sind zwei Strecken der Länge 5 cm und 11 cm sowie ein Winkel der Größe  $70^\circ$ . Mit Zirkel und Lineal ist ein Dreieck  $ABC$  zu konstruieren, das folgende Bedingungen erfüllt:

- (1) Die Seite  $\overline{BC}$  hat eine Länge von 5 cm.
  - (2) Die Summe der Längen der Strecken  $\overline{AB}$  und  $\overline{AC}$  beträgt 11 cm.
  - (3) Die Größe des Winkels  $CBA$  beträgt  $70^\circ$ .
- a) Beschreibe deine Konstruktion und führe die beschriebene Konstruktion durch.
- b) Beweise: Wenn ein Dreieck wie beschrieben konstruiert wurde, dann erfüllt es die gestellten Bedingungen.