52. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 9
Aufgaben – 2. Tag

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

520934

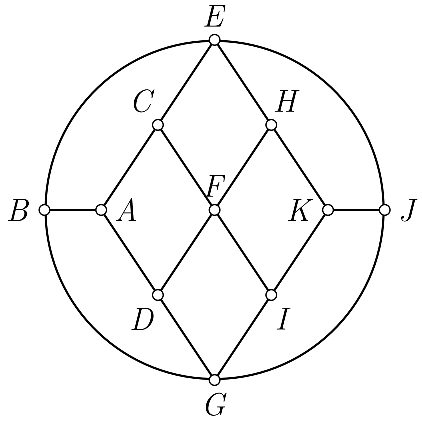
S sei die Summe der Quadrate von zwei positiven ganzen Zahlen, deren Summe gleich 2013 ist.

Bestimmen Sie den kleinsten Wert, den S annehmen kann.

520935

In dem abgebildeten Ameisenstraßenplan sind 11 Orte, die mit den Buchstaben A bis K bezeichnet sind, sowie 18 Ameisenstraßen zwischen diesen Orten eingezeichnet. Eine handlungsreisende Ameise möchte startend auf einer beliebigen Ameisenstraße sämtliche Orte von A bis K jeweils genau einmal besuchen (in beliebiger Reihenfolge). Ihre Reise soll dabei an genau demjenigen Punkt enden, an dem sie begonnen hat.

Zeigen Sie, dass die Ameise dies nicht erreichen kann, wenn sie nur entlang der bestehenden Ameisenstraßen des gezeigten Planes geht!



Auf der nächsten Seite geht es weiter!

520936

Es sei k ein Halbkreis über einem Durchmesser $\overline{AB}$. Auf k werde ein weiterer von A und B verschiedener Punkt C gewählt. Wir betrachten den aus den Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{CB}$ bestehenden Streckenzug und bezeichnen mit X denjenigen Punkt, welcher diesen Streckenzug in zwei Teile gleicher Länge zerlegt.

Bestimmen Sie den geometrischen Ort der Punkte X, wenn C die von A und B verschiedenen Punkte auf dem Halbkreis k durchläuft.

Hinweis: Der *geometrische Ort der Punkte* X bezeichnet hier die Menge all dieser Punkte bei allen möglichen Wahlen des Punktes C.