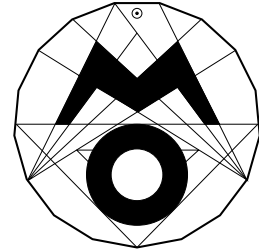


53. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalsrunde)
Olympiadeklasse 6
Aufgaben



© 2013 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

530621

Es sind die Ziffern 1, 2, 4, 7 gegeben.

- a) Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen kannst du aus diesen Ziffern bilden, wenn in jeder Zahl jede Ziffer genau einmal vorkommen soll?
- b) Wie viele der unter a) ermittelten Zahlen sind durch 4 teilbar? Gib diese Zahlen an.
- c) Wie viele dreistellige Zahlen kannst du aus den vorgegebenen Ziffern bilden, wenn diese in den Zahlen auch mehrfach vorkommen dürfen?
Wie viele dieser dreistelligen Zahlen haben genau zwei gleiche Ziffern?

530622

Bettina und Luca schneiden sich jeweils ein Quadrat aus. Danach schneiden sie jeweils parallel zu einer Quadratseite Teile ihrer Quadrate ab.

- a) Bettinas erster Schnitt halbiert die Fläche des ursprünglichen Quadrats. Dann schneidet sie von der Restfigur wieder die Hälfte ab und erhält erneut ein Quadrat. Sie schneidet jetzt noch zweimal jeweils die Hälfte ab und erhält danach wiederum ein Quadrat. Sie misst nach und stellt fest, dass am Ende ihr letztes Quadrat eine Fläche von 16 cm^2 hat. Welche Seitenlänge hatte Bettinas Quadrat am Anfang?
- b) Luca schneidet von seinem anfänglichen Quadrat zunächst $\frac{1}{4}$ der Fläche weg, dann noch mal $\frac{1}{4}$ und erhält wieder ein Quadrat. Von diesem Quadrat schneidet er wieder parallel zu den Seiten $\frac{1}{3}$ der Fläche ab und dann im vierten Schnitt noch einmal $\frac{1}{3}$ der Fläche. Das Ergebnis ist wieder ein Quadrat, das – wie Bettinas Quadrat – ebenfalls einen Flächeninhalt von 16 cm^2 hat.
Welchen Flächeninhalt hatte Lucas Quadrat am Anfang?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

530623

Zum Klassenfest werden viele Luftballons gebraucht. Ole, Ramon, Benjamin und Gunnar melden sich zum Luftballonaufpusten. Als sie eine Pause einlegen, vergleichen sie die Anzahlen ihrer Ballons: Ole hat den dritten Teil aller bereits aufgeblasenen Ballons aufgepustet, Benjamin den vierten Teil, Ramon den sechsten Teil, und Gunnar hat 12 geschafft.

- a) Wie viele Ballons wurden bis zur Pause insgesamt aufgepustet, und wer hat die meisten Luftballons aufgeblasen?

Vorher hatten die Jungen sich geeinigt, dass jeder nur Ballons einer Farbe aufpustet. Es sind rote, blaue, gelbe und orangefarbene Luftballons da. Keiner hat die Farbe genommen, deren Name mit dem Anfangsbuchstaben seines Namens beginnt. Die Mädchen der Klasse sollen anschließend herausbekommen, wer welche Ballonfarbe hatte. Die Jungen geben den Mädchen folgende Informationen:

- (1) Ole hat die roten oder die gelben Ballons aufgepustet.
 - (2) Benjamin hat die gelben oder die orangefarbenen Ballons aufgepustet.
 - (3) Ramon hat die roten oder die blauen Ballons aufgepustet.
 - (4) Gunnar hat die orangefarbenen oder die blauen Ballons aufgepustet.
- b) Welcher Junge hat welche Ballonfarbe ausgewählt?

530624

In dieser Aufgabe geht es um eine Ameise, die auf einem Dreiecksgitter, wie es in den Abbildungen gegeben ist, Wege entlangkrabbelt.

Im ersten Umlauf umkrabbelt die Ameise ein kleines Dreieck und geht zum Schluss noch eine Seitenlänge geradeaus (siehe Abbildung A 530624 a), so dass sie im ersten Umlauf insgesamt 4 Seitenlängen zurückgelegt hat.

Im zweiten Umlauf umläuft die Ameise ein größeres Dreieck, und zwar wählt sie den kürzesten Weg in Form eines Dreiecks um die bisher umlaufene Figur, der keine der bisher benutzten Kanten verwendet (siehe Abbildung A 530624 b für den Ameisenweg im zweiten Umlauf). Zum Schluss krabbelt sie wieder eine Seitenlänge nach außen, damit sie ihren nächsten Umlauf beginnen kann.

Auf diese Weise umkrabbelt die Ameise in weiteren Umläufen immer größere Dreiecke.

- a) Wie viele Seitenlängen hat die Ameise am Ende des zweiten Umlaufs insgesamt zurückgelegt?
- b) Wie viele Seitenlängen legt die Ameise im vierten Umlauf zurück?
- c) In welchem Umlauf durchläuft die Ameise ihre insgesamt hundertste Seitenlänge?

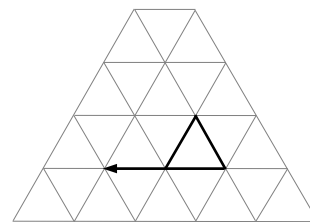


Abbildung A 530624 a

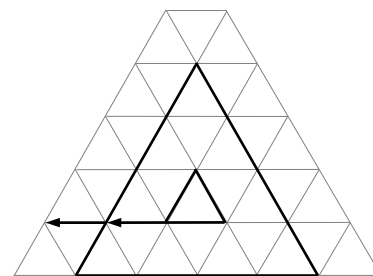


Abbildung A 530624 b

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

- d) Untersuche allgemein, wie viele Seitenlängen von Umlauf zu Umlauf hinzukommen:
Gib eine allgemeine Formel an, mit der man berechnen kann, wie viele Seitenlängen $u(n)$ die Ameise im n -ten Umlauf zurückgelegt hat. (Eine vollständige Begründung wird nicht erwartet.)
Berechne $u(100)$.

Arbeitsblatt zu A 530624

