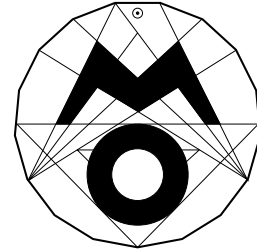


53. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 5
Aufgaben



© 2013 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

530531

Auf einer Geraden g werden fünf Punkte A, B, C, D, E in dieser Reihenfolge angeordnet. Es gelten folgende Bedingungen:

- Die Strecke \overline{AE} hat die Länge 18 cm.
- Die Strecke \overline{CD} hat die Länge 5 cm.
- Die Strecke \overline{AB} ist 3 cm länger als die Strecke \overline{CE} .
- Die Strecke \overline{AD} ist 2 cm kürzer als die Strecke \overline{AE} .

Ermittle die Länge der Strecke \overline{BC} .

530532

111 Zauberlehrlinge unterhalten sich bei einem geheimen Treffen in Hogwarts über ihre genialsten Zaubersprüche. Dabei stellt sich heraus, dass 77 von ihnen den Spruch „Expelliarmus“ (entwaffnet den Gegner mit einem roten Lichtstrahl), 35 den Spruch „Densaugeo“ (lässt dem Gegenüber riesige Schneidezähne wachsen) und 15 den Spruch „Levicorpus“ (bewirkt, dass der Gegner kopfüber in der Luft hängt) kennen. 12 kennen „Expelliarmus“ und „Densaugeo“, 10 kennen „Expelliarmus“ und „Levicorpus“ und 6 kennen „Densaugeo“ und „Levicorpus“.

2 besonders begabte Zauberlehrlinge kennen sogar alle drei Zaubersprüche.

Wie viele der Zauberlehrlinge kennen keinen der drei Zaubersprüche?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

530533

Die vier Jungen Jens, Kai, Lennard und Martin spielen Handball und zählen immer ihre geworfenen Tore pro Spielsaison. Jens hat in der Schule gerade den Durchschnitt behandelt und rechnet ihn aus. Stolz sagt er: „Im Durchschnitt hat jeder von uns 71 Tore geworfen.“ Kai schaut auf die Liste und sagt: „Das stimmt nicht. Du hast dich bei mir verschrieben und die Ziffern vertauscht. Du hast statt 48 die Zahl 84 geschrieben.“

- Wie viele Tore haben die Jungen insgesamt geworfen?
- Wie viele Tore haben die Jungen tatsächlich im Durchschnitt geworfen?

Martin schaut auch auf die Liste und stellt fest: „Lennard und ich haben zusammen 40 Tore mehr geworfen als ihr.“

- Wie viele Tore hat Jens geworfen?
- Die Tor-Anzahlen von Lennard und Martin sind beide nicht durch 3 teilbar. Weiterhin ist die Differenz der beiden Anzahlen nicht größer als 8.
Welche Anzahlen geworfener Tore sind für Lennard und Martin möglich? Bestimme alle Möglichkeiten.

Hinweis: Für die Berechnung des Durchschnitts addiert man alle Werte und teilt die erhaltene Summe durch die Anzahl der Werte.

530534

Johanna und Jonas überlegen, wie viele verschiedene Möglichkeiten es zum Färben bestimmter Figuren gibt.

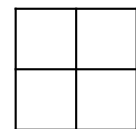
Zuerst zeichnen sie Rechtecke, die in vier Quadrate unterteilt sind (siehe Abbildung A 530534 a). Sie wollen die Quadrate mit den Farben blau, gelb, rot und schwarz färben. Jedes Quadrat soll eine andere Farbe erhalten.



A 530534 a

- Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, solch ein Rechteck in der beschriebenen Weise zu färben?
- Johanna und Jonas haben alle möglichen Rechtecke je einmal ausgemalt. Nun schneiden sie diese Rechtecke aus. Als alle Rechtecke durcheinander auf dem Tisch liegen, stellen sie fest, dass doch nicht alle verschieden aussehen. Wie viele Rechtecke müssen sie wegnehmen, damit von jeder Färbung nur noch eines auf dem Tisch liegt?

Nun schneiden Johanna und Jonas Quadrate aus, die in vier kleinere Quadrate unterteilt sind (siehe Abbildung A 530534 b). Sie wollen die Quadrate wieder mit den Farben blau, gelb, rot und schwarz färben. Jedes kleine Quadrat soll eine andere Farbe erhalten.



A 530534 b

- Gib alle Möglichkeiten an, das ausgeschnittene Quadrat in der beschriebenen Weise zu färben, wenn es auch gedreht werden kann.
Begründe, dass es nur genau diese Möglichkeiten gibt.

Hinweis: Zwei Färbungen sollen also als gleich angesehen werden, wenn sie durch Drehung des Quadrates ineinander überführt werden können.