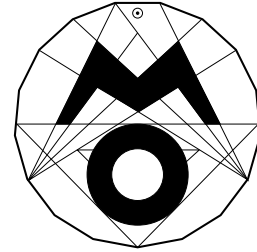


53. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 7
Aufgaben – 1. Tag



© 2013 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

530731

Ein Mathematikstudent bat nach einer Party ein junges Mädchen um seine Telefonnummer. Das Mädchen wollte die Nummer nicht verraten und antwortete scherzhaft: „In dem Büro, in dem ich beschäftigt bin, befinden sich vier Telefone mit vier verschiedenen Telefonnummern. In keiner der Telefonnummern kommt eine Ziffer zweimal vor. Bei jeder Nummer ist die Summe ihrer Ziffern gleich 10. Wenn man zu jeder dieser Nummern diejenige Nummer addiert, die aus den gleichen Ziffern in umgekehrter Reihenfolge gebildet wird, dann erhält man vier gleiche Zahlen, die aus gleichen Ziffern bestehen. Mehr verrate ich nicht.“ Das Mädchen lächelte und verschwand in der Überzeugung, dass man wohl aus diesen Angaben die Telefonnummern nicht ermitteln könne. Umso erstaunter war das Mädchen, als es schon nach kurzer Zeit aus einem der vier Telefone die Stimme des beharrlichen Studenten hörte.

Der Student wusste zum Ermitteln der unbekannt Nummern noch, dass alle Telefone der Stadt Nummern im Bereich von 20 000 bis 99 999 haben.

Ermittle die Nummern der vier Telefone.

530732

Frank fuhr mit dem Fahrrad zu seiner Oma. Nachdem er zwei Drittel des Weges zurückgelegt hatte, musste er sein Fahrrad schieben, da ein Reifen platt war. Als er die Hälfte der restlichen Wegstrecke hinter sich hatte, nahm ihn glücklicherweise ein Bekannter in seinem Fahrzeug mit.

Frank benötigte für die zu Fuß zurückgelegte Strecke eineinhalb mal so viel Zeit wie für die Strecke, die er mit dem Fahrrad fuhr. Beide Geschwindigkeiten werden jeweils als konstant angenommen.

Ermittle das Verhältnis der Geschwindigkeit beim Fahrradfahren zur Geschwindigkeit beim Fußmarsch.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

530733

Betrachtet werden ein Dreieck ABC und Punkte D und E mit folgenden Eigenschaften:

- (1) Die Punkte D und E liegen auf der Dreiecksseite \overline{AB} derart, dass E zwischen B und D liegt.
 - (2) Die Größe α des Winkels BAC ist kleiner als 45° .
 - (3) Der Winkel BEC ist dreimal so groß wie der Winkel BAC .
 - (4) Die Winkel ACE und BDC sind gleich groß.
 - (5) Die Strecken \overline{BC} und \overline{BD} sind gleich lang.
- a) Ermittle unter diesen Voraussetzungen die Größe β des Winkels CBA in Abhängigkeit von α .
- b) Untersuche, für welche Werte von α das Dreieck ABC rechtwinklig ist.