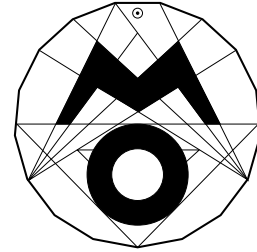


53. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 8
Aufgaben – 1. Tag



© 2013 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.

530831

In einem geschlossenen quaderförmigen Glaskasten befinden sich 1800 cm^3 Wasser. Legt man den Glaskasten nacheinander mit seinen verschiedenen Außenflächen auf einen ebenen Tisch, so steht das Wasser einmal 3 cm, einmal 4 cm und einmal 6 cm hoch.

Ermittle die inneren Kantenlängen des Glaskastens.

530832

Über ein konvexes Viereck $ABCD$, dessen Eckpunkte in dieser Reihenfolge wie üblich entgegen dem Uhrzeigersinn bezeichnet sind, und einen Punkt E wird Folgendes vorausgesetzt:

- (1) Der Winkel ACB ist ein rechter Winkel.
- (2) Die Größe des Winkels BAC beträgt 20° .
- (3) Der Punkt D liegt auf derselben Seite der Geraden AB wie der Punkt C und der Winkel ADC ist ein rechter Winkel.
- (4) Die Größe des Winkels CAD beträgt 40° .
- (5) Der Kreis mit dem Durchmesser \overline{AB} schneidet die Strecke \overline{CD} in einem von C verschiedenen Punkt E .

Ermittle das Verhältnis der Längen der Strecken \overline{BC} und \overline{CE} .

Hinweis: Ein Viereck heißt *konvex*, wenn nichtbenachbarte Seiten keine gemeinsamen Punkte haben und alle Innenwinkel eine Größe kleiner als 180° haben.

530833

Untersuche, ob es 2014 aufeinanderfolgende, positive ganze Zahlen derart gibt, dass ihre Summe eine Quadratzahl ist.

Hinweis: Es gilt $2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53$.