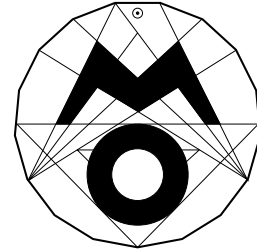


53. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Olympiadeklasse 8
Aufgaben – 2. Tag



© 2014 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

530844

Alex, Bert und Chris kommen vom Angeln nach Hause und berichten über ihre reiche Beute.

Alex:

- A_1 „Chris fing nur zwei Fische.“
- A_2 „Bert zog einen Fisch mehr aus dem Wasser als Chris.“
- A_3 „Ich angelte mit Bert acht Fischlein mehr als Chris.“
- A_4 „Ich fischte mehr als Bert und Chris zusammen.“

Bert:

- B_1 „Chris fing mehr Fische als jeder der anderen.“
- B_2 „Ich holte drei Fische mehr aus dem Wasser als Alex.“
- B_3 „Es ist nicht wahr, dass ich keinen einzigen Fisch mit nach Hause brachte.“
- B_4 „Alex und Chris fingen gleich viel.“

Chris:

- C_1 „Bei Bert biss nicht ein einziges Fischlein an.“
- C_2 „Es stimmt nicht, dass ich höchstens zwei Fische aus dem Wasser zog.“
- C_3 „Ich angelte nicht genauso viel wie Alex.“
- C_4 „Die Beute von Alex und Bert bestand zusammen aus 18 Fischen.“

Es ist außerdem bekannt, dass von den vier Aussagen eines jeden der drei Jungen jeweils genau zwei wahr sind.

Untersuche, ob unter diesen Voraussetzungen eindeutig ermittelt werden kann, wie viele Fische jeder Einzelne der Genannten tatsächlich gefangen hat. Ist dies der Fall, dann gib die Fangergebnisse an.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

530845

Gegeben ist ein Quadrat mit den Eckpunkten A , B , C und D . Eine Gerade g geht durch den Punkt B und schneidet den Halbkreis über der Strecke \overline{AB} , der innerhalb des Quadrates liegt, in einem Punkt E und den Viertelkreis um den Punkt B mit der Radiuslänge $|AB|$, der ebenfalls innerhalb des Quadrates liegt, in einem Punkt F .

- a) Beweise: Die Winkel EAF und FAD haben dieselbe Größe.
- b) Es sei H derjenige Punkt auf der Geraden AD , für den die Geraden AD und FH senkrecht aufeinander stehen.

Beweise: Wenn der Winkel FBA eine Größe von 60° hat, dann haben das Dreieck ABF und das Viereck $AEFH$ den gleichen Flächeninhalt.

530846

Ein Würfel soll in kleinere Würfel zerlegt werden, wobei jede Seitenfläche eines jeden der kleineren Würfel parallel zu einer Seitenfläche des Ausgangswürfels sein soll.

- a) Weise nach, dass man den Würfel wie gefordert in 29, in 34 und auch in 20 kleinere Würfel zerlegen kann.
- b) Beweise: Für jede natürliche Zahl $n \geq 115$ kann ein Würfel wie gefordert in n kleinere Würfel zerlegt werden.
- c) Untersuche, ob der Satz aus Teilaufgabe b) auch mit 71 anstelle von 115 gilt.