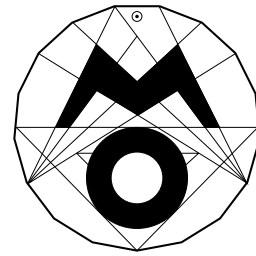


54. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionale)
Olympiadeklasse 6
Aufgaben



© 2014 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

540621

Lisa geht in die 6. Klasse und wird zur Teilnahme an der 54. Mathematik-Olympiade eingeladen. Sie stellt fest, dass die Zahl 54 durch 6 teilbar ist, die Quersumme von 54 – das ist 9 – aber nicht.

- a) Bestimme alle zweistelligen Zahlen, die durch 6 teilbar sind und deren Quersumme ebenfalls durch 6 teilbar ist.

Nun sucht sich Lisa Zahlen, die die Quersumme 54 haben.

- b) Ermittle die kleinste derartige gerade Zahl.
c) Lisa verschärft ihre Bedingungen: Sie sucht jetzt Zahlen mit der Quersumme 54, die durch 2, 3, 4, 5 und 6 teilbar sind.
Ermittle wieder die kleinste Zahl, für die diese Bedingungen gelten.

Hinweis: Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Ziffern.

540622

Aus 2014 gleichen Würfeln soll eine Würfelpyramide gebaut werden. Ihre Spitze besteht aus einem Würfel, darunter liegt eine Schicht aus 3×3 Würfeln, darunter eine aus 5×5 Würfeln, darunter liegt eine weitere Schicht aus 7×7 Würfeln, und so geht es weiter.

- a) Aus wie vielen Schichten besteht eine Pyramide, bei der man von den 2014 Würfeln möglichst viele verwendet? Wie viele Würfel bleiben dabei ungenutzt?
b) Nun sollen aus den 2014 Würfeln zwei derartige Pyramiden gebaut werden, die nicht unbedingt gleich groß sein müssen.
Ermittle unter allen Möglichkeiten diejenige, bei der die kleinste Anzahl von Würfeln ungenutzt bleibt.

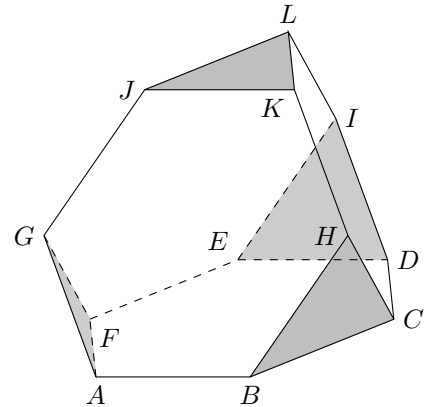
Auf der nächsten Seite geht es weiter!

540623

Vorweg ein Hinweis: Ein regelmäßiges Tetraeder hat vier gleichseitige Dreiecke als Begrenzungsflächen.

Nun zur Abbildung:

Der abgebildete Tetraederstumpf ist ebenfalls ein regelmäßiger Körper. Das bedeutet, dass alle Kanten gleich lang sind, weiterhin sind alle Innenwinkel einer Begrenzungsfläche gleich groß. Ein solcher Tetraederstumpf entsteht aus einem größeren regelmäßigen Tetraeder, bei dem man an jeder Ecke jeweils ein gleich großes, kleineres regelmäßiges Tetraeder abschneidet.



- a) Welche Arten von begrenzenden Flächen hat dieser Körper, und wie viele von jeder Sorte sind es?
- b) Gib die Anzahlen der Ecken und Kanten an.

Der Körper hat Flächendiagonalen und Raumdiagonalen. Eine Flächendiagonale verbindet zwei nicht benachbarte Eckpunkte einer Begrenzungsfläche. Eine Raumdiagonale verbindet zwei Eckpunkte des Körpers und verläuft durch das Innere des Körpers (ist also weder Kante noch Flächendiagonale).

- c) Ermittle die Anzahl der Flächendiagonalen des Tetraederstumpfs.
- d) Ermittle die Anzahl der Raumdiagonalen des Tetraederstumpfs.

540624

Die drei Freunde Justin, Hennes und Lorenz erhalten verschieden hohe Taschengeldbeträge und haben unterschiedliche Lieblingsbeschäftigungen.

Folgendes sei bekannt:

- (1) Die Nachnamen der Jungen in alphabetischer Reihenfolge sind Brause, Müller und Sauerbier.
- (2) Sie erhalten entweder 8 €, 12 € oder 20 € als Taschengeld.
- (3) Ihre Lieblingsbeschäftigungen sind entweder „Freunde treffen“, „Computer spielen“ oder „Sport treiben“.
- (4) Justin treibt gern Sport und er bekommt weniger Taschengeld als sein Freund mit dem Nachnamen Müller.
- (5) Hennes erhält 12 € Taschengeld.
- (6) Lorenz spielt nicht gern am Computer.
- (7) Lorenz und sein Freund mit dem Nachnamen Brause bekommen beide nicht 8 € Taschengeld.

- a) Ermittle die Zuordnung der Vornamen zu den Taschengeldbeträgen.
- b) Ordne jedem Jungen seinen richtigen Nachnamen, die Höhe seines Taschengeldes und seine Lieblingsbeschäftigung zu.
Weise nach, dass man diese Zuordnungen aus den angegebenen Bedingungen eindeutig ermitteln kann.