54. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 6
Aufgaben – 2. Tag

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

540634

Die sechs Freunde Albert, Bernd, Christian, Doreen, Erika und Franziska spielen in der großen Pause immer Gummihopse.

Die Freunde überlegen sich nun Folgendes: Gummihopse können sie nur zu dritt spielen. Die Freunde finden es gut, wenn in jeder Dreiergruppe sowohl Mädchen als auch Jungen sind.

a) Wie viele Möglichkeiten haben sie, solche Dreiergruppen zu bilden?

Gerda hat schon oft beim Gummihopsespiel zugesehen und möchte gern mitspielen. Die sechs Kinder haben nichts dagegen, da ihr Spiel jetzt noch abwechslungsreicher wird.

b) Wie viele unterschiedliche Dreiergruppen sind nun möglich?

Hinweis: Bei dem Bewegungsspiel „Gummihopse“ spannen zwei Personen ein geschlossenes Gummiband um ihre Beine und eine dritte Person muss eine vorher vereinbarte Sprungfolge über die gespannten Gummibänder ausführen.

540635

Herr Henning fährt mit seinem Auto 20 km durch die Stadt, bevor er die Autobahn erreicht. Am Ende der Stadtfahrt meldet sein Auto einen (mittleren) Benzinverbrauch von 6,5 Liter pro 100 km für diese Stadtfahrt.

Auf der Autobahn fährt Herr Henning sehr gleichmäßig und sieht, wie der angezeigte mittlere Verbrauch über die gesamte Strecke immer weiter sinkt. Nach 80 km Gesamtstrecke wird ein mittlerer Verbrauch von 5,6 Liter pro 100 km angezeigt.

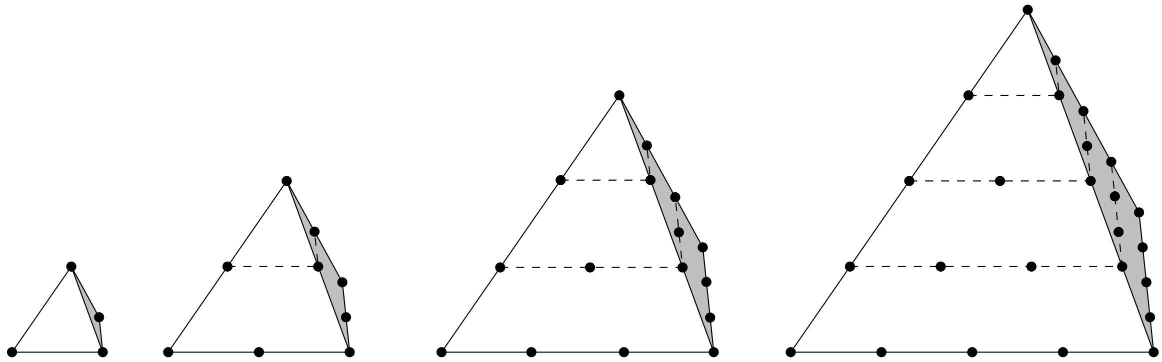
Ermittle den mittleren Benzinverbrauch für die Fahrt auf der Autobahn in Liter pro 100 km.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

540636

Wir betrachten dreiseitige Pyramiden. Sie wachsen von Stufe zu Stufe und haben an ihren Ecken, auf allen sechs Kanten und auf allen vier Flächen Punkte in regelmäßigen Abständen.

Die Abbildung zeigt die Pyramiden der Stufen 1, 2, 3 und 4 in Schrägbildern, bei denen jeweils zwei Flächen und eine Kante verdeckt sind. Auf diesen verdeckten Flächen und Kanten sind Punkte genauso angeordnet wie auf den sichtbaren Flächen und Kanten.



Stufe 1 Stufe 2 Stufe 3 Stufe 4

Die Anzahl der Punkte in der n-ten Stufe soll $A(n)$ heißen.

a) Berechne $A(1)$, $A(2)$, $A(3)$ und $A(4)$.

b) Wie groß ist die Anzahl der Punkte in der nächsten Stufe, das heißt, welchen Wert hat $A(5)$?

c) Ermittle $A(10)$.

d) Ermittle $A(100)$.