55. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Olympiadeklasse 5
Aufgaben

© 2015 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
`www.mathematik-olympiaden.de`. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

550511

In dieser Aufgabe geht es darum, Zahlenfolgen nach folgendem Verfahren zu erzeugen:

(0) Wähle eine Startzahl und notiere sie.
(1) Addiere 5 zur notierten Zahl.
(2) Verdoppele das Ergebnis aus Schritt (1).
(3) Ziehe nun vom Ergebnis aus Schritt (2) 10 ab.
(4) Notiere die nun erhaltene Zahl. Gehe wieder zu Schritt (1).

a) Wähle als Startzahlen nacheinander die Zahlen 2, 6 und 7.
Durchlaufe die Anweisungen jeweils fünf Mal, so dass du jeweils sechs Zahlen notiert hast. Deine notierten Zahlen bilden jeweils den Beginn einer Zahlenfolge.

b) Wähle dir zwei weitere Startzahlen und wiederhole jeweils die Rechnungen. Was kannst du beobachten, wenn du jeweils die Zahlen deiner Zahlenfolgen betrachtest? Begründe.

c) Gibt es eine Anfangszahl, bei der du am Ende des vierten Durchlaufs (als fünfte Zahl der Zahlenfolge) die Zahl 104 erhältst? Begründe.

550512

In dieser Aufgabe sind Schnittpunkte immer Punkte, in denen sich Figuren schneiden und nicht nur berühren.

Friederike experimentiert mit einem Dreieck und drei Geraden. Jedes der vier geometrischen Objekte muss mindestens ein anderes schneiden.

Welche Anzahlen von Schnittpunkten kann sie erhalten?

Fertige für jede Anzahl eine neue Zeichnung mit Lineal und Bleistift an und nummeriere in jeder Zeichnung die Schnittpunkte neu.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

550513

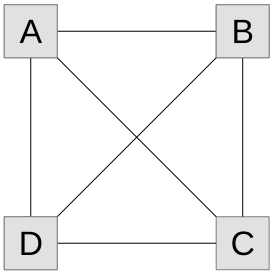
Rudolf fährt gern Rad und ist gerade dabei, eine Rundreise zu planen. Er wohnt im Ort A und möchte die Orte B, C, D genau einmal durchfahren und dann wieder zurück in seinen Heimatort radeln. Die Orte A, B, C und D sind durch Radwege wie in Abbildung A 550513 a miteinander verbunden.

Eine mögliche Route wäre A – B – D – C – A.

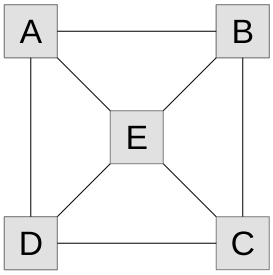
a) Gib alle möglichen Rundreisen in dieser Schreibweise an.

b) Welche Rundreisen sind ausgehend von A möglich, wenn noch ein Ort E hinzukommt und die einzelnen Orte in der Art, wie in Abbildung A 550513 b dargestellt, durch Radwege miteinander verbunden sind? Gib wieder alle möglichen Rundreisen an.

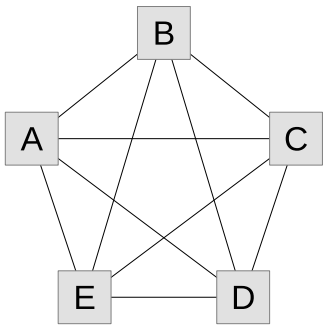
c) Die Orte A, B, C, D und E sollen nun wie in Abbildung A 550513 c dargestellt ein Fünfeck bilden. Alle Orte sind wieder durch Radwege miteinander verbunden. Wie viele Rundreisen sind nunmehr möglich?



A 550513 a



A 550513 b

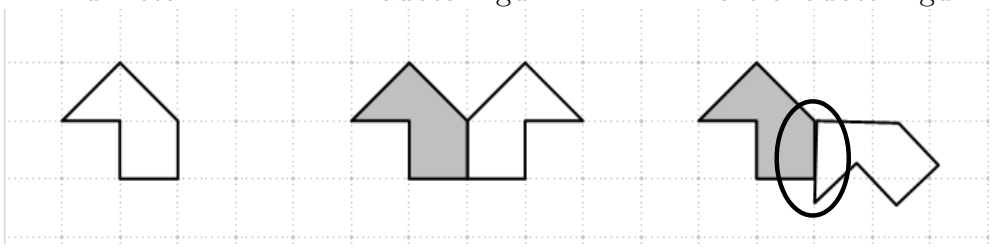


A 550513 c

550514

Zwei gleiche Puzzleteile haben die abgebildete Form. Die beiden Teile sollen aneinandergelegt werden, und zwar so, dass sie mindestens eine Seite gemeinsam haben. Die Puzzleteile dürfen dafür gedreht und gewendet werden. In keinem Fall dürfen unterschiedlich lange Seiten aneinandergelegt werden. Die Abbildung zeigt ein Puzzleteil, eine erlaubte und eine nicht erlaubte Figur.

Ein Puzzleteil: Erlaubte Figur: Nicht erlaubte Figur:



Die beiden Puzzleteile dürfen auch mit mehr als einer Seite aneinanderliegen; aber auch dann nur mit vollständigen Seiten. Zwei Figuren heißen gleich, wenn sie nach einer Drehung oder Spiegelung oder beidem genau aufeinanderpassen.

Zeichne mindestens 10 weitere voneinander verschiedene Figuren, die man aus den beiden Puzzleteilen legen kann. Nutze dabei die Kästchen eines karierten Blattes; die beiden Puzzleteile sollen erkennbar eingezeichnet werden.