55. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Olympiadeklasse 8
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

550811

Mathematicus stellt seine Zinnsoldaten zu einer Parade auf. Wenn die Zinnsoldaten in Zweierreihen stehen, bleibt ein Soldat übrig. Beim Aufstellen in Dreierreihen bleiben 2 Soldaten, beim Aufstellen in Viererreihen bleiben 3 Soldaten übrig. Erst die Anordnung in Fünferreihen ergibt eine Parade aller vorhandenen Soldaten.

Bestimme die Anzahl der Zinnsoldaten, die Mathematicus mindestens besitzt.

550812

Herr Meyer hatte sich verpflichtet, ein Darlehen in vier Raten zu tilgen. Vereinbarungsgemäß zahlte er zum ersten Termin den vierten Teil seiner Schuld und noch 50 Euro. Beim zweiten Termin tilgte er von der Restschuld den fünften Teil und noch 60 Euro. Beim dritten Termin bezahlte Herr Meyer von der nun verbliebenen Restschuld die Hälfte und noch 50 Euro. Mit dem vierten Termin konnte er durch den Restbetrag von 200 Euro seine Schulden vollständig begleichen.

Berechne das ursprüngliche Darlehen von Herrn Meyer.

Bemerkung: Bei der Tilgung dieses Darlehens fielen keinerlei zusätzliche Kosten an.

550813

Lehrer Pfiffig gibt den Freunden Anton, Bernd, Claus, Daniel und Eugen jeweils mindestens eine Münze und teilt ihnen mit: Anton hat weniger Münzen als Bernd bekommen, Bernd weniger Münzen als Claus, Claus weniger Münzen als Daniel und Daniel hat weniger Münzen als Eugen bekommen. Schließlich nennt Lehrer Pfiffig den Freunden die Gesamtanzahl n der Münzen.

Ermittle die kleinste Zahl n, zu der es eine Verteilung gibt, bei der keiner der Freunde aus diesen Angaben eindeutig herausfinden kann, wie viele Münzen die einzelnen Freunde erhalten haben.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

<u>550814</u>

Ein Kreis k hat den Mittelpunkt M und die Radiuslänge r. Der Punkt A ist ein Punkt außerhalb des Kreises. Von A sollen die Tangenten an k gelegt werden. Man führt dazu die folgende Konstruktion durch:

(K1) Zeichne den Kreis k_1 um M mit der Radiuslänge $2r$.

(K2) Zeichne den Kreis k_2 um A mit der Radiuslänge $|AM|$. Benenne die Schnittpunkte der Kreise k_1 und k_2 mit P und Q.

(K3) Konstruiere die Mittelsenkrechten m_{MP} und m_{MQ} der Strecken $\overline{MP}$ und $\overline{MQ}$.

Die Geraden m_{MP} und m_{MQ} sind dann die beiden gesuchten Tangenten.

a) Beweise, dass die so konstruierten Geraden m_{MP} und m_{MQ} tatsächlich die durch A verlaufenden Tangenten an den Kreis k sind.

b) Untersuche, ob diese Konstruktion stets durchführbar ist.

c) Führe die Konstruktion für die Radiuslänge $r = 3\,\text{cm}$ und die Streckenlänge $|AM| = 7\,\text{cm}$ durch.

d) Informiere dich, ob es weitere Konstruktionsmöglichkeiten gibt. Führe eine dieser Konstruktionen durch und beschreibe sie.