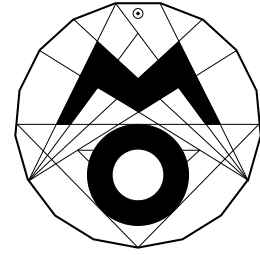


55. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionale)
Olympiadeklasse 7
Aufgaben



© 2015 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

550721

Bei einem 100-Meter-Lauf starteten 7 Mädchen. Zum Zieleinlauf wurden folgende wahre Aussagen gemacht:

- (1) Angela erreichte 1,5 Sekunden vor Birgit das Ziel.
 - (2) Cornelia war 0,8 Sekunden schneller als Birgit.
 - (3) Dorothea erreichte das Ziel 2,0 Sekunden später als Cornelia.
 - (4) Evelyn kam 0,1 Sekunden vor Angela im Ziel an.
 - (5) Franziska kam nur 0,4 Sekunden nach Evelyn ins Ziel.
 - (6) Birgit kam 0,2 Sekunden später als Gudrun im Ziel an.
 - (7) Zusammen hatten die Mädchen 104,4 Sekunden für den Lauf benötigt.
- a) Ermittle, wer diesen 100-Meter-Lauf gewann.
b) Ermittle, wie viel Zeit jedes der genannten Mädchen für diese Rennstrecke brauchte.

550722

Ein Quadrat $ABCD$ habe die Seitenlänge 4 cm. Der Eckpunkt E des gleichseitigen Dreiecks CDE liegt innerhalb und der Eckpunkt F des gleichseitigen Dreiecks BFC liegt außerhalb des Quadrats $ABCD$.

- a) Zeichne das Quadrat $ABCD$ und die Dreiecke CDE und BFC .
- b) Berechne die Größe des Winkels ECF .
- c) Berechne das Verhältnis vom Flächeninhalt des Dreiecks CEF zum Flächeninhalt des Quadrats $ABCD$.

Hinweis: Alle gesuchten Größen sollen aus den geometrischen Gegebenheiten exakt bestimmt werden. Messungen mit Lineal oder Geodreieck sind in diesem Sinne niemals exakt.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

550723

Herr Schmitz möchte etwas für seine Gesundheit tun und jeden Tag einen Teil seines Arbeitsweges mit dem Fahrrad fahren. Seine Arbeitsstelle ist 36 km von zu Hause entfernt. Den ersten Teil der Strecke bis zu einer passenden Stelle fährt er mit dem Auto mit einer konstanten Geschwindigkeit von 80 km/h. Dann stellt er das Auto ab, steigt auf das Fahrrad um und fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 20 km/h zur Arbeitsstelle. Nach der Arbeit fährt er mit den gleichen Geschwindigkeiten mit Fahrrad und Auto zurück.

- a) Am Montag fuhr er die Hälfte des Weges mit dem Auto, die andere Hälfte mit dem Fahrrad. Am Dienstag fuhr er nur noch ein Drittel des Weges mit dem Fahrrad, zwei Drittel mit dem Auto.

Berechne, wie viel Zeit Herr Schmitz für Hin- und Rückfahrt am Montag mehr brauchte als am Dienstag.

- b) Am Donnerstag stellte er fest, dass er genauso lange mit dem Auto wie mit dem Fahrrad gefahren ist.

Berechne, wie viel Zeit er an diesem Tag für die gesamte Strecke benötigte, und gib das Ergebnis auf ganze Minuten gerundet an.

Hinweis: Die Umstiegszeiten von Auto auf Fahrrad und umgekehrt sollen vernachlässigt, also als 0 angenommen werden.

550724

Wir betrachten dreistellige, durch 9 teilbare natürliche Zahlen und ihre Quersummen.

- a) Bernd behauptet: „Die Quersumme einer jeden dreistelligen, durch 9 teilbaren natürlichen Zahl ist entweder 9 oder 18.“ Lisa entgegnet: „Deine Behauptung ist falsch. Es gibt genau eine Ausnahme.“

Untersuche, ob einer von den beiden Recht hat.

- b) Ermittle die Anzahl aller durch 9 teilbaren, dreistelligen natürlichen Zahlen z , für die gilt: Die Quersumme der Zahl $z + 9$ ist gleich dem Doppelten der Quersumme von z .

- c) Ermittle die Anzahl aller durch 9 teilbaren, dreistelligen natürlichen Zahlen z , für die gilt: Die Quersumme der Zahl $z + 9$ ist gleich der Hälfte der Quersumme von z .

Hinweis: Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Ziffern. Die Quersumme einer Zahl z kannst du mit $QS(z)$ abkürzen. Es gelten beispielsweise $QS(630) = 6 + 3 + 0 = 9$ und $QS(630 + 9) = QS(639) = 6 + 3 + 9 = 18 = 2 \cdot QS(630)$.