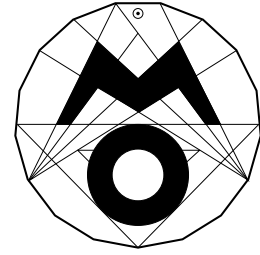


**55. Mathematik-Olympiade**  
**2. Stufe (Regionalrunde)**  
**Olympiadeklasse 10**  
**Aufgaben**

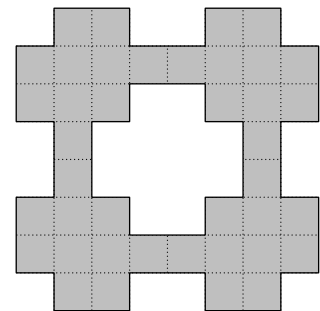
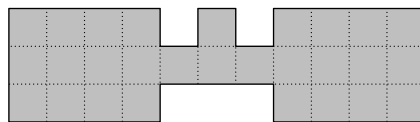
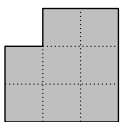


© 2015 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*  
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

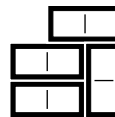
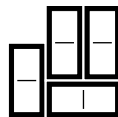
Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

551021

Max möchte folgende Figuren mit Dominosteinen auslegen:



- a) Er hat bereits zwei verschiedene Möglichkeiten gefunden, die linke Figur zu legen:



Finden Sie die übrigen zwei Möglichkeiten!

Ein Nachweis, dass es tatsächlich genau vier Möglichkeiten gibt, wird nicht verlangt.

- b) Zeigen Sie, dass man die mittlere Figur nicht mit Dominosteinen auslegen kann.
- c) Bestimmen Sie (mit Nachweis) die Anzahl der Möglichkeiten, die rechte Figur mit Dominosteinen auszulegen. Sie dürfen hierzu die Resultate der vorigen Aufgabenteile ohne Nachweis benutzen.

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

### 551022

Lotta, 16 Jahre, und ihr Bruder Dieter, 12 Jahre, die schon bei „Jugend musiziert“ aufgetreten sind, spielen in einem Seniorenheim. Von der Heimverwaltung erfahren sie das Durchschnittsalter der Senioren. Lotta rechnet und sagt dann zu ihrem Bruder: „Wenn ich mich mit meinem Alter zu den Senioren rechne, dann senkt sich das Durchschnittsalter um genau 10 Jahre.“ Dieter ergänzt: „Und wenn ich mich mit meinem Alter als weitere Person hinzunehme, dann reduziert sich das Durchschnittsalter um weitere 8 Jahre.“

- a) Lässt sich aus diesen Angaben das Durchschnittsalter der Senioren eindeutig ermitteln?
- b) Bestimmen Sie das Durchschnittsalter und die Anzahl der anwesenden Senioren!

*Bemerkung:* Die Altersangaben der einzelnen Zuschauer werden als ganze Zahlen interpretiert.

### 551023

Bestimmen Sie sämtliche Winkelgrößen  $\alpha$ , für die es möglich ist, ein gleichschenkliges Dreieck  $ABC$  mit  $|\sphericalangle BAC| = \alpha$  und  $|\sphericalangle CBA| = |\sphericalangle ACB| = \beta$  mittels einer nicht durch  $A$  verlaufenden Geraden in zwei gleichschenklige Teildreiecke zu zerlegen.

### 551024

Untersuchen Sie für jede der folgenden Teilaufgaben, ob es Primzahlen  $x$ ,  $y$  und  $z$  gibt, die die jeweilige Gleichung erfüllen.

- a)  $y = z^2 - x^2$ .
- b)  $x^2 + y = z^4$ .
- c)  $x^2 + y^3 = z^4$ .