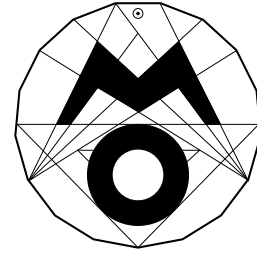


56. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalsrunde)
Olympiadeklasse 5
Lösungen



© 2016 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

560521 Lösung

10 Punkte

Hier ist ein Vorgehen mit einer systematischen Tabelle sinnvoll:

Montag: Rundenzahl	Dienstag: Mo · 2	Mittwoch: Di + 2	Donnerstag: Mi : 2	Freitag: Do + 3	Samstag: Mi + 1	Gesamt
4	8	10	5	8	10 + 1 = 11	46
5	10	12	6	9	12 + 1 = 13	55
6	12	14	7	10	14 + 1 = 15	64
7	14	16	8	11	16 + 1 = 17	73
8	16	18	9	12	18 + 1 = 19	82

Teil a) Aus der Tabelle ergibt sich, dass Barbara 46 Runden gelaufen ist.

Teil b) Die gesuchten Rundenzahlen ergeben sich aus der Tabelle, wenn Barbara am Montag 8 Runden gelaufen ist.

Teil c) Da mit jeder weiteren Runde am Montag die Gesamtzahl um 9 steigt, ergeben sich folgende mögliche Gesamtzahlen: 91, 100, 109, 118.

Eine Gesamtzahl zwischen 110 und 115 ist also nicht möglich.

560522 Lösung

10 Punkte

Teil a) Es gibt die fünf ungeraden Ziffern 1, 3, 5, 7 und 9. Jede dieser Ziffern könnte an der Zehnerstelle oder auch an der Einerstelle der zweistelligen Zahl stehen. Für die Zehnerstelle hat Paul also 5 Karten zur Auswahl, von denen er eine an die Zehnerstelle legt. Dann bleiben ihm noch vier Karten zur Auswahl für die Einerstelle. Es gibt demnach insgesamt $(5 \cdot 4 =) 20$ Zahlen, die Paul legen könnte. (Die Begründung für die Anzahl 20 wird nicht verlangt.)

Die 20 Zahlen, der Größe nach geordnet, sind:

13, 15, 17, 19, 31, 35, 37, 39, 51, 53, 57, 59, 71, 73, 75, 79, 91, 93, 95 und 97.

Teil b) Wenn Paul die Karte mit der 1 an die Hunderterstelle gelegt hat, kann er noch unter vier Karten die Zehnerstelle auswählen und unter drei Karten die Einerstelle. Er kann also $(4 \cdot 3 =) 12$ verschiedene Zahlen legen. (Auch hier ist systematisches Aufschreiben als korrekt anzuerkennen.)

Teil c) Im Aufgabenteil b) wurde gezeigt, dass genau 12 dreistellige Zahlen gelegt werden können, wenn die 1 an der Hunderterstelle liegt. Nun kann aber auch die 3, 5, 7 oder 9 an der Hunderterstelle liegen, für die es jeweils ebenfalls 12 dreistellige Zahlen gibt. Insgesamt kann Paul folglich $(5 \cdot 12 =)$ 60 solcher Zahlen legen.

Teil d) Es gibt die fünf geraden Ziffern 0, 2, 4, 6 und 8. Die Karte mit der Ziffer 0 darf nicht an der Hunderterstelle liegen: Paul hat also vier Karten zur Auswahl für die Hunderterstelle, wieder vier Karten für die Zehnerstelle und drei Karten für die Einerstelle. Daraus folgt, dass er $(4 \cdot 4 \cdot 3 =)$ 48 verschiedene dreistellige Zahlen aus den Karten mit geraden Ziffern legen kann.

560523 Lösung

10 Punkte

Teil a) Die 4500 Fans der Heimmannschaft fahren mit der Linie A, in deren Züge jeweils 900 Fans passen. Demzufolge werden $(4500 : 900 =)$ 5 Züge benötigt. Die Züge fahren im Abstand von 8 Minuten, sodass nach Abfahrt des ersten Zuges weitere $(4 \cdot 8 =)$ 32 Minuten vergehen, bis die Fans der Heimmannschaft abgefahren sind.

Die 4000 Fans der Gastmannschaft fahren mit der Linie B, in deren Züge jeweils 1000 Fans passen. Demzufolge werden $(4000 : 1000 =)$ 4 Züge benötigt. Die Züge fahren im Abstand von 10 Minuten, sodass nach Abfahrt des ersten Zuges weitere $(3 \cdot 10 =)$ 30 Minuten vergehen, bis die Fans der Gastmannschaft abgefahren sind.

Folglich dauert es 32 Minuten, bis alle Fans abgefahren sind.

Teil b) Die ersten drei Züge können $(900 \cdot 3 =)$ 2700 Fans transportieren, also bleiben $(4500 - 2700 =)$ 1800 Fans übrig. Wegen $1800 : 500 = 3$ Rest 300 werden vier weitere Züge für die restlichen Fans benötigt.

Insgesamt müssen also sieben Züge fahren, und es dauert $(6 \cdot 8 =)$ 48 Minuten, bis alle Fans abgefahren sind.

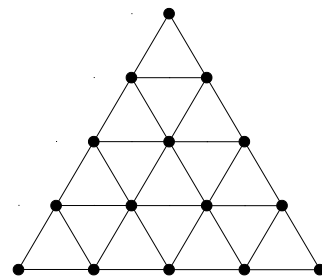
560524 Lösung

10 Punkte

Teil a) 20 cm Seitenlänge bedeuten vier Hölzchen und fünf Knetekugeln pro Seite.

Zählt man von einer Seite aus die Knetekugeln bis zur gegenüberliegenden Ecke, so erhält man $(5 + 4 + 3 + 2 + 1 =)$ 15.

Die Hölzchen kann man von jeder Seite des Dreiecks aus auf die gleiche Weise zählen. Man erhält von einer Seite aus $(4 + 3 + 2 + 1 =)$ 10 Hölzchen und damit insgesamt $(3 \cdot 10 =)$ 30 Hölzchen.



Teil b) Es gibt 3 Knetekugeln, die mit 2 Hölzchen verbunden sind (Ecken), 9 Knetekugeln, die mit 4 Hölzchen verbunden sind (auf den 3 Seiten), und 3 Knetekugeln, die mit 6 Hölzchen verbunden sind.

Teil c) 60 cm Seitenlänge bedeuten 12 Hölzchen und 13 Knetekugeln pro Seite.

Anzahl der Knetekugeln: $(13 + 12 + \dots + 3 + 2 + 1 =)$ 91

Anzahl der Hölzchen: $3 \cdot (12 + 11 + \dots + 3 + 2 + 1 =)$ 234

Anzahl der Knetekugeln, die mit 2 Hölzchen verbunden sind: 3

Anzahl der Knetekugeln, die mit 4 Hölzchen verbunden sind: $(3 \cdot 11 =)$ 33

Anzahl der Knetekugeln, die mit 6 Hölzchen verbunden sind: $(10 + 9 + \dots + 3 + 2 + 1 =)$ 55

Punktverteilungsvorschläge

Die nachstehenden Angaben zur Punktverteilung sowohl für die gesamten Aufgaben als auch für die Teillösungen sind Empfehlungen für die Ausrichter des Wettbewerbs und sollen einer einheitlichen Bewertung dienen. Dies vereinfacht für die Schülerinnen und Schüler ein Nachvollziehen der Bewertung und ermöglicht für die Organisatoren Vergleiche zum Zweck der Entscheidung über die Teilnahme an der nächsten Runde.

Bei der Vielfalt der Lösungsvarianten ist es nicht möglich, Vorgaben für jede Variante zu machen; das Korrekturteam möge aus den Vorschlägen ableiten, welche Vergabe dem in der Schülerlösung gewählten Ansatz angemessen ist. Dabei können auch Lösungsansätze, die angesichts der Aufgabenstellung sinnvoll erscheinen, aber noch nicht erkennen lassen, ob sie wirklich zu einer Lösung führen, einige Punkte erhalten.

Abweichungen von den Vorschlägen müssen von den Ausrichtern des Wettbewerbs ausreichend bekannt gemacht werden. Es wird aber empfohlen, zumindest den prozentualen Anteil der Punkte für Teillösungen beizubehalten.

Aufgabe 560521	<i>Insgesamt: 10 Punkte</i>
Teil a)	2 Punkte
Rechnung	1 Punkt
Korrektes Ergebnis	1 Punkt
Teil b)	5 Punkte
Herleitung	3 Punkte
Korrektes Ergebnis	2 Punkte
Teil c)	3 Punkte
Begründung	2 Punkte
Korrekte Antwort	1 Punkt

Aufgabe 560522	<i>Insgesamt: 10 Punkte</i>
Teil a)	3 Punkte
Angabe der ungeraden Ziffern	1 Punkt
Angabe der Zahlen	1 Punkt
Angabe der Anzahl	1 Punkt
Teil b)	2 Punkte
Angabe der Anzahl	1 Punkt
Begründung	1 Punkt
Teil c)	2 Punkte
Angabe der Anzahl	1 Punkt
Begründung	1 Punkt
Teil d)	3 Punkte
Angabe der Anzahl	1 Punkt
Begründung	2 Punkte

Aufgabe 560523

Insgesamt: 10 Punkte

Teil a)	6 Punkte
Heimmannschaft – Anzahl der Züge und Zeit	2 Punkte
Gastmannschaft – Anzahl der Züge und Zeit	2 Punkte
Herleitungen	1 Punkt
Antwort auf die Frage	1 Punkt
Teil b)	4 Punkte
Anzahl der Züge und Zeit	2 Punkte
Herleitung	2 Punkte

Aufgabe 560524

Insgesamt: 10 Punkte

Teil a) Angabe der beiden korrekten Anzahlen	2 Punkte
Teil b) Angabe der drei korrekten Anzahlen	3 Punkte
Teil c) Angabe der fünf korrekten Anzahlen	5 Punkte