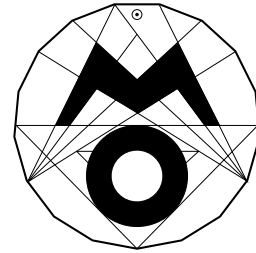


56. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 10
Aufgaben – 1. Tag



© 2016 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

561031

In der Gleichung

$$* \cdot *** = 6 \cdot **5 + 2017$$

ist jedes der sechs Sternchen so durch eine der Ziffern $1, 2, \dots, 9$ zu ersetzen, dass die Gleichung stimmt. Keine zwei Sternchen dürfen durch die gleiche Ziffer ersetzt werden.

Bestimmen Sie alle Möglichkeiten, dies zu tun, und weisen Sie nach, dass es keine weiteren Möglichkeiten gibt.

561032

Bestimmen Sie alle Paare (x, y) reeller Zahlen, die das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x + \sqrt{y^2 + 3} &= 3, \\ y + \sqrt{x^2 + 6} &= 6\end{aligned}$$

erfüllen.

561033

In einem gleichschenkligen Dreieck ABC sei M der Mittelpunkt der Basis \overline{AB} . Der Punkt Q sei ebenfalls ein innerer Punkt der Strecke \overline{AB} . Die Senkrechte zur Geraden AC durch A schneide die Gerade CM in einem Punkt O . Die Gerade g durch Q sei senkrecht zur Geraden OQ und schneide die Gerade AC in einem Punkt E und die Gerade BC in einem Punkt F .

Beweisen Sie: Q ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{EF} .